

LES ORDINATEURS PEUVENT-ILS TOUT PRÉVOIR ?

Prof. O. THUAL, 4 mai 1999

La puissance des ordinateurs atteint des niveaux qui dépassent l'imagination. Les scientifiques peuvent penser ainsi utiliser leurs équations les plus complexes pour représenter par le calcul l'évolution de phénomènes très compliqués : météorologie, climat, mouvements des océans, écoulements d'air et de liquides dans toutes les machines, les réacteurs chimiques, incendies, et aussi prévision de cours de Bourse, etc...

Cependant, des limitations apparaissent, qui sont dues soit au processus même de calcul, soit à la nature des phénomènes étudiés, du fait que de petites anomalies engendrent peu à peu un "chaos".

Les exemples de comportement chaotique montrent néanmoins qu'il y a un ordre sous-jacent dont la compréhension est fondamentale.

Sujet proposé par J. C. RIPOLL

LES ORDINATEURS PEUVENT-ILS TOUT PRÉVOIR ?

Prof. O. THUAL, 4 mai 1999

La puissance des ordinateurs atteint des niveaux qui dépassent l'imagination. Les scientifiques peuvent penser ainsi utiliser leurs équations les plus complexes pour représenter par le calcul l'évolution de phénomènes très compliqués : météorologie, climat, mouvements des océans, écoulements d'air et de liquides dans toutes les machines, les réacteurs chimiques, incendies, et aussi prévision de cours de Bourse, etc...

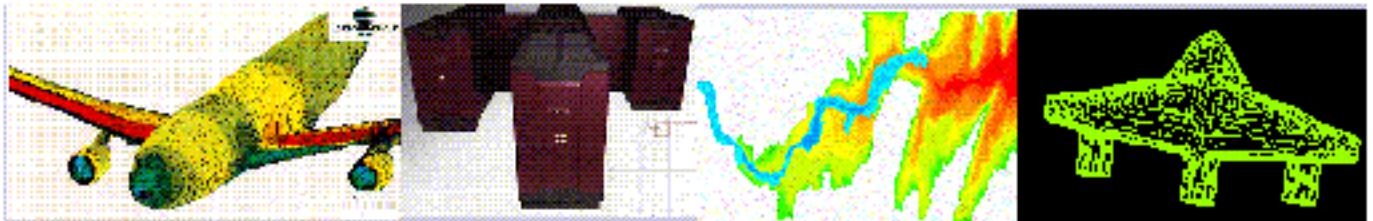
Cependant, des limitations apparaissent, qui sont dues soit au processus même de calcul, soit à la nature des phénomènes étudiés, du fait que de petites anomalies engendrent peu à peu un "chaos".

Les exemples de comportement chaotique montrent néanmoins qu'il y a un ordre sous-jacent dont la compréhension est fondamentale.

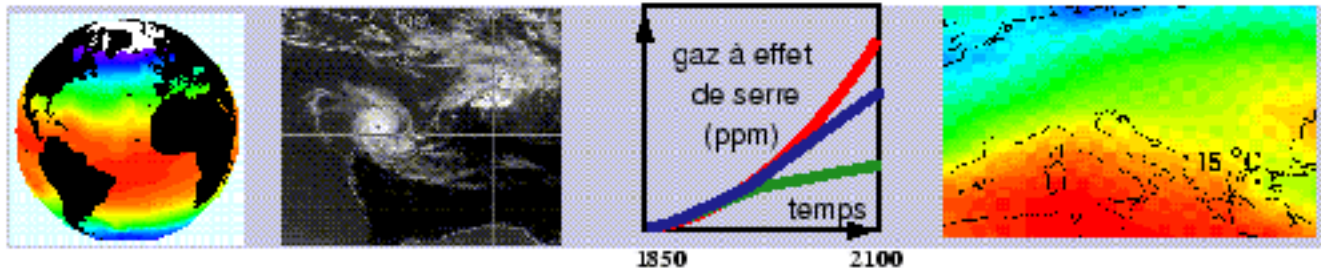
Sujet proposé par J. C. RIPOLL

LES ORDINATEURS PEUVENT-ILS TOUT PRÉVOIR ?

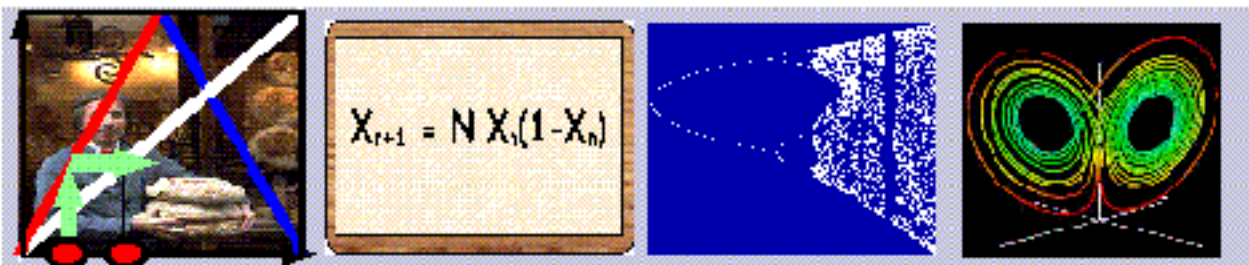
1. Exemples de simulations numériques



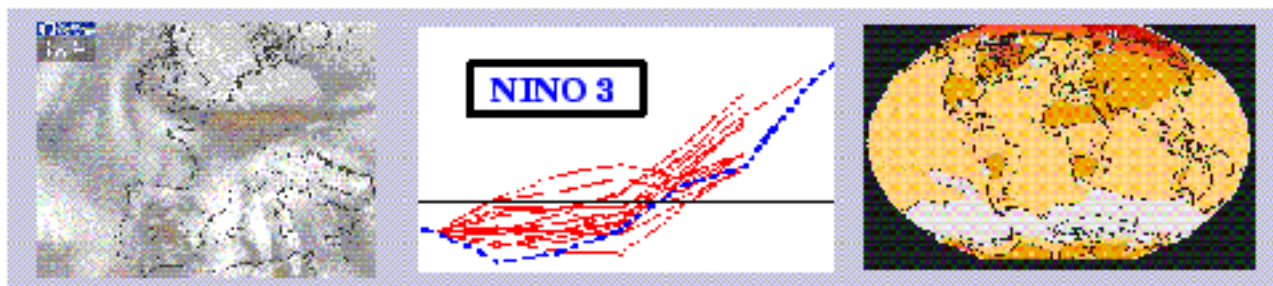
2. L'océan et l'atmosphère



3. Systèmes dynamiques et chaos



4. Que peuvent prévoir les ordinateurs ?



SOURCES D'EXEMPLES



**Centre Européen de Recherche et de
Formation Avancée en Calcul Scientifique**

Equipe « Modélisation du Climat et de son Changement global »
Equipe « Dynamique des Fluides Numérique »



Ecole Nationale Supérieure

Electronique, Electrotechnique, Informatique, Hydraulique

Option « Mécanique des Fluides Numérique »
Mastère « Calcul Scientifique à Haute Performance »
Option « Sciences de l'Eau – Environnement »



Institut de Mécanique des Fluides

Groupe « Hydrodynamique de l'Environnement »



Ecole Polytechnique

Majeure « Sciences de l'Ingénieur et Calcul Scientifique »



Météorologie Nationale

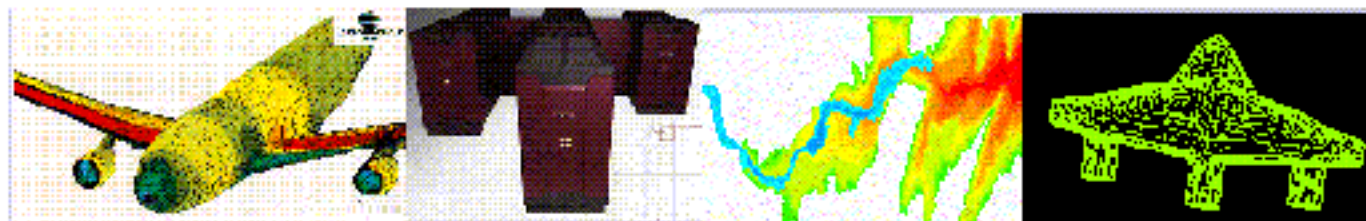


*« Les ordinateurs peuvent-ils
tout prévoir ? » 4 mai 1999*

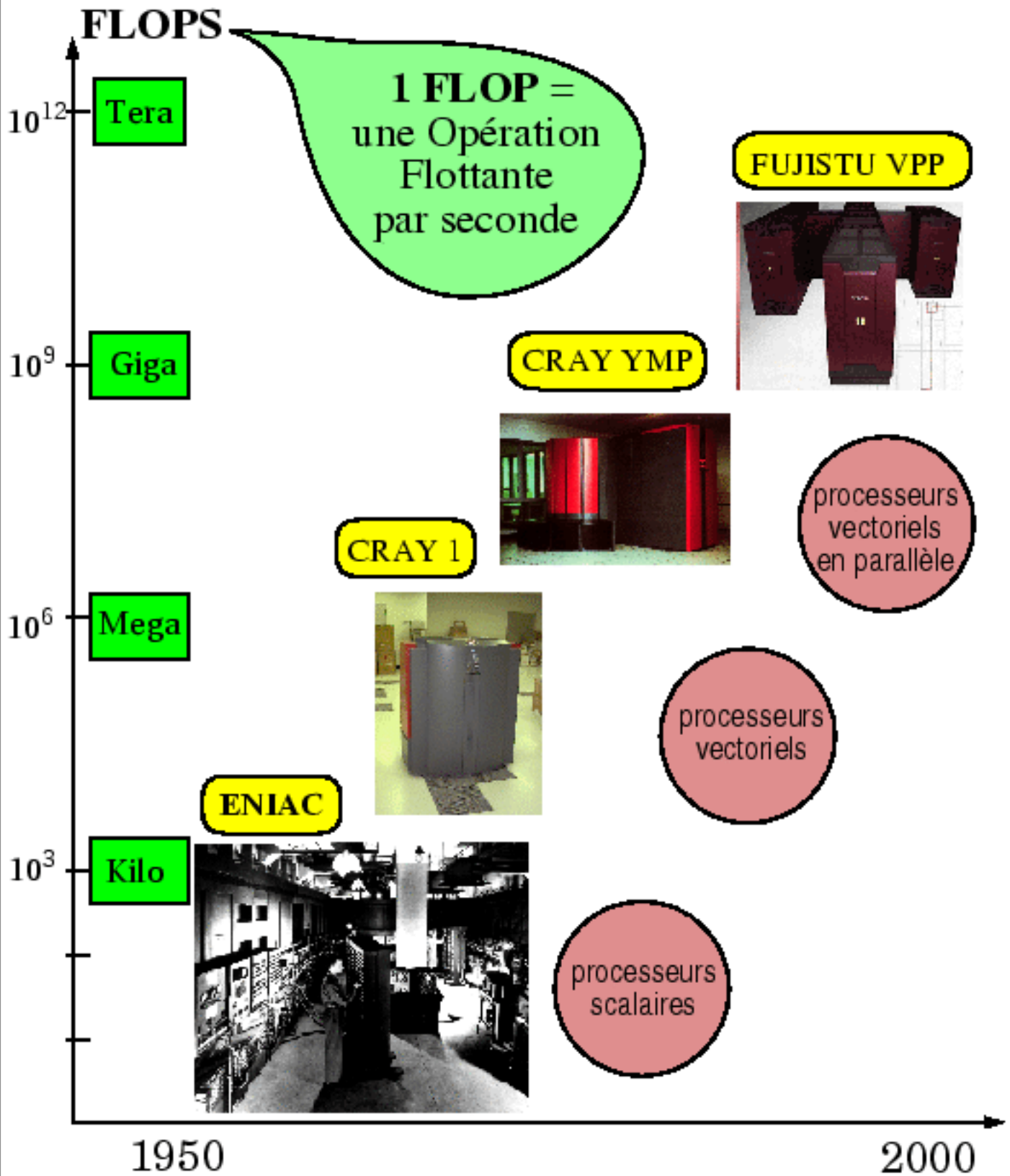


LES ORDINATEURS PEUVENT-ILS TOUT PRÉVOIR ?

1. Exemples de simulations numériques



LA PUISSANCE DES ORDINATEURS



CRAY-2 et CRAY C90 À MÉTÉO-FRANCE

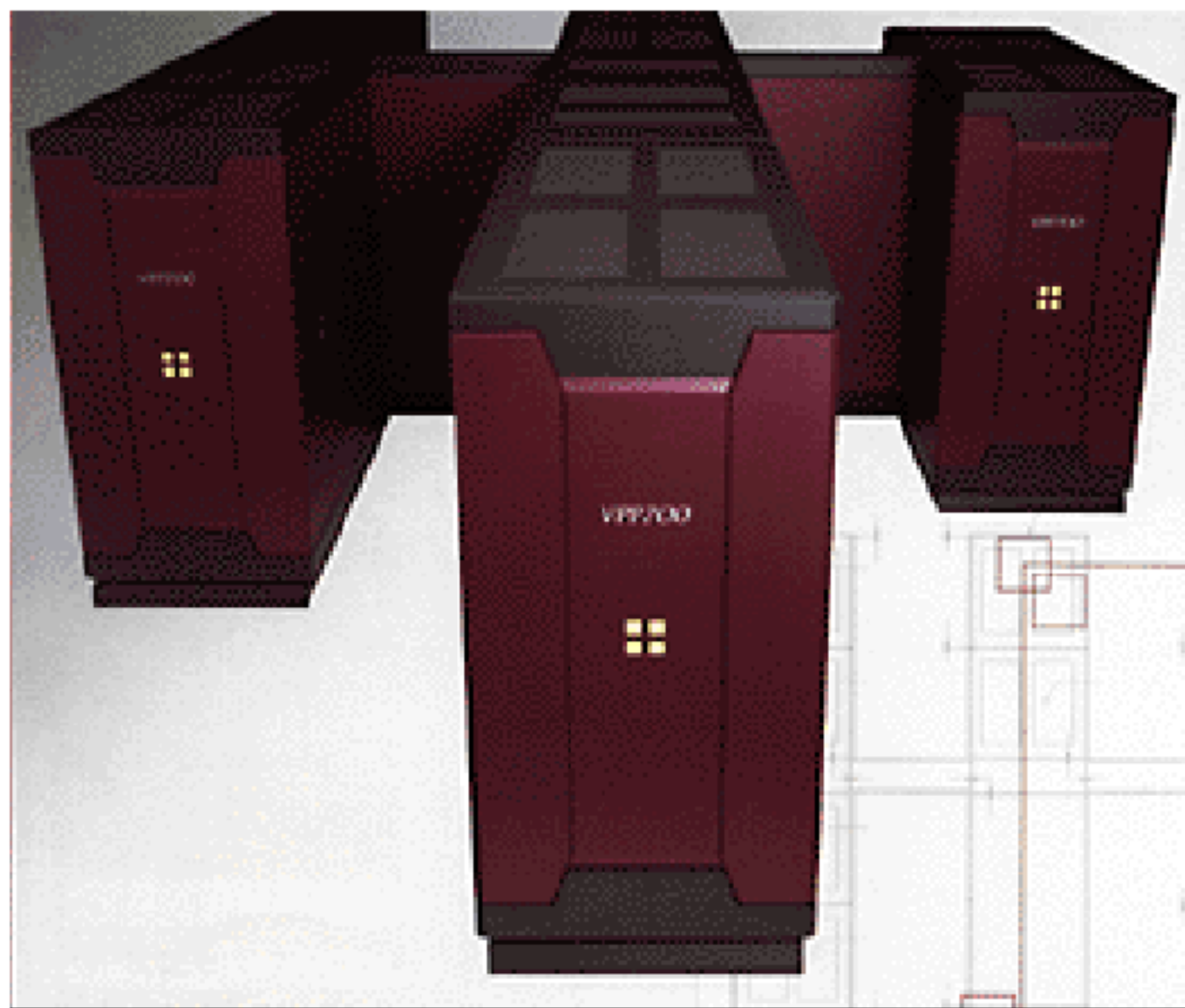
CRAY C90



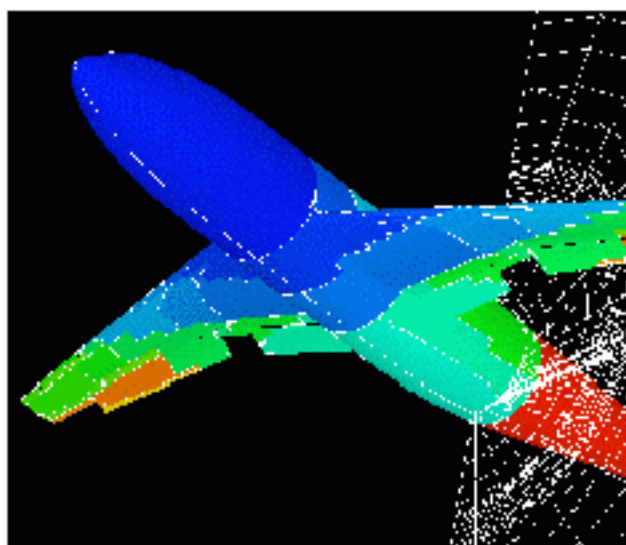
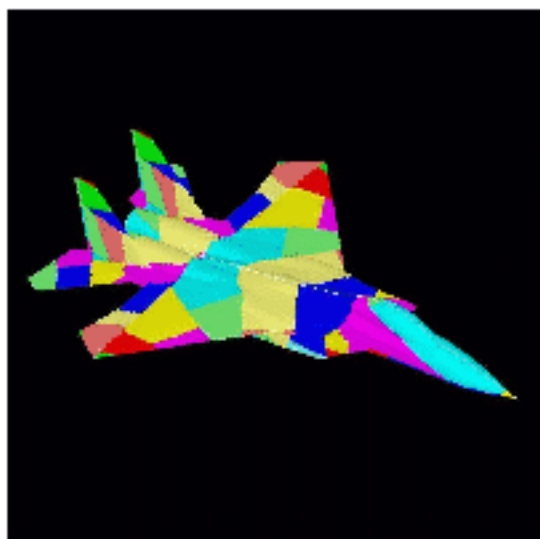
CRAY-2

VPP FUJISTU À MÉTÉO-FRANCE

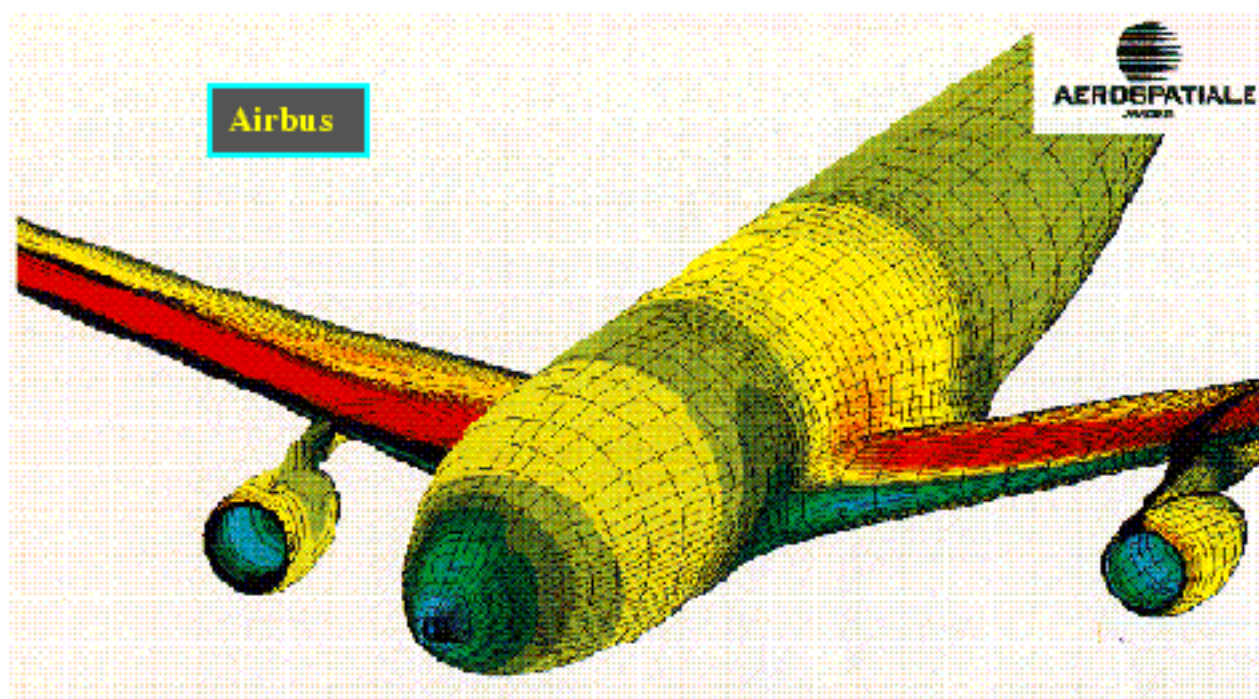
VPP 700



AERODYNAMIQUE

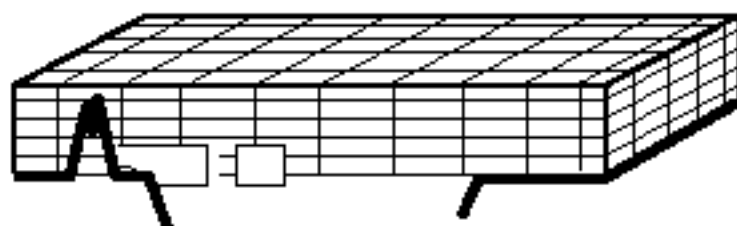
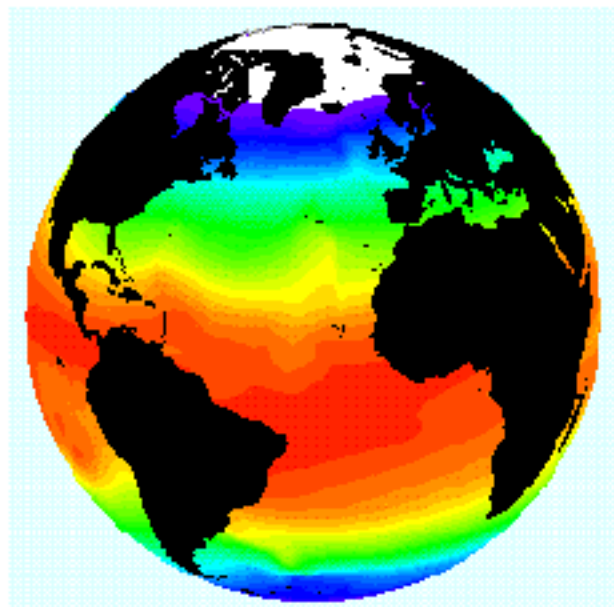


Visualisation de la pression de l'air sur le fuselage

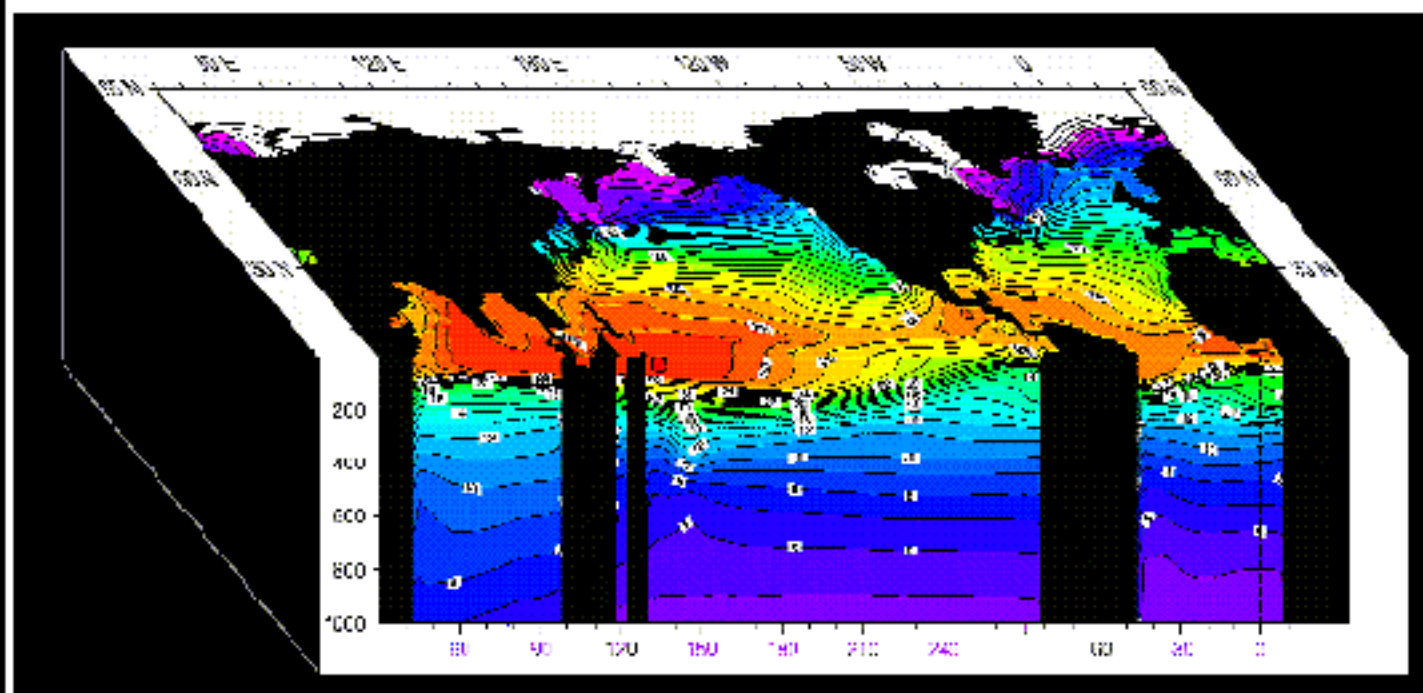
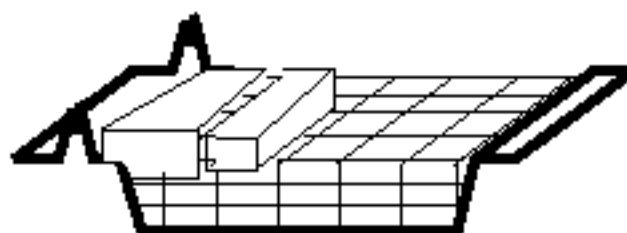


MODÉLISATION DU CLIMAT

Atmosphère



Océan



CD-ROMS « TRAVAUX DES ÉLÈVES »

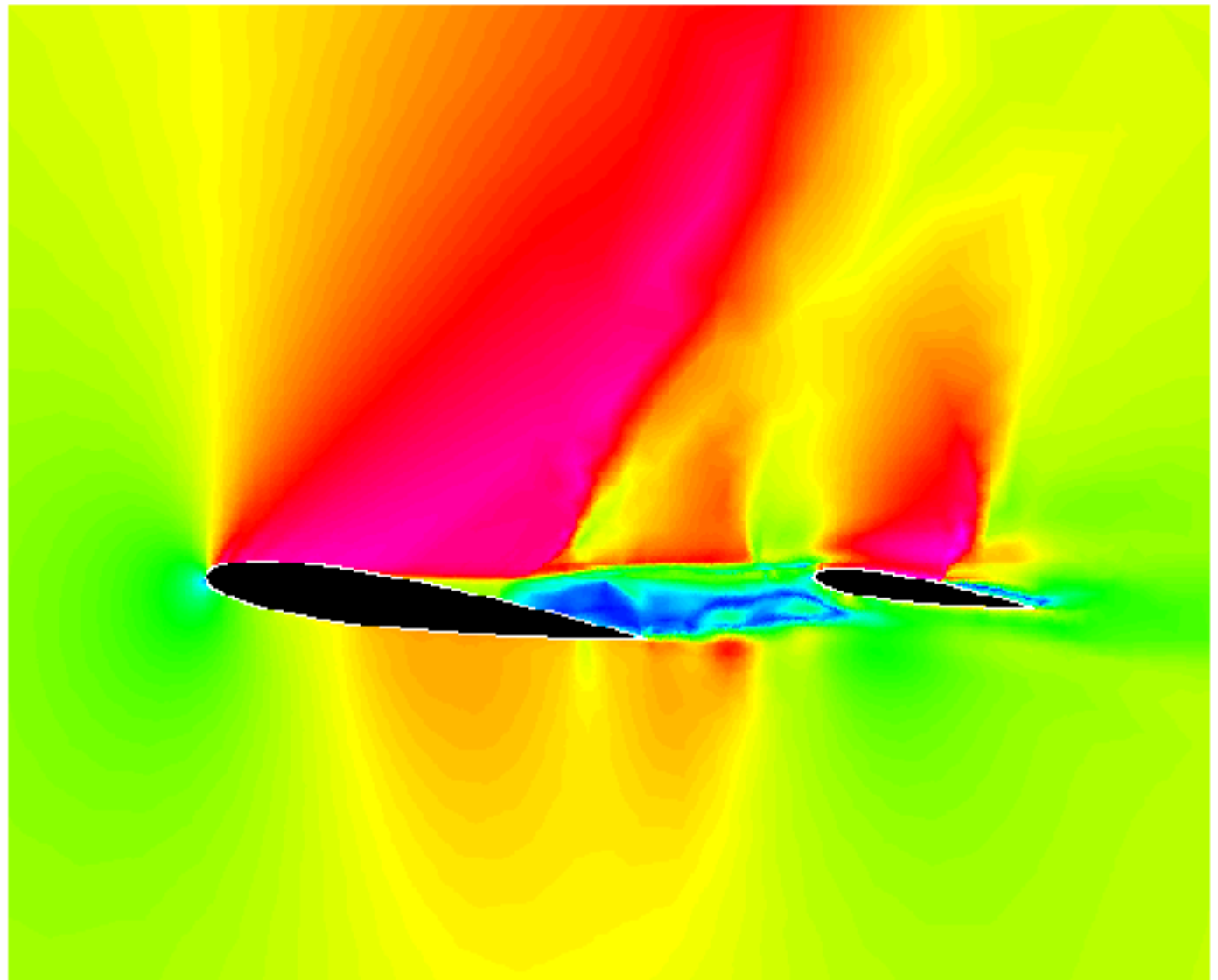
**Formation d'ingénieur
Hydraulique & Mécanique des Fluides
INP/ENSEEIH**



<http://www.enseeiht.fr/travaux/cdroms.htm>

AÉRODYNAMIQUE EXTERNE

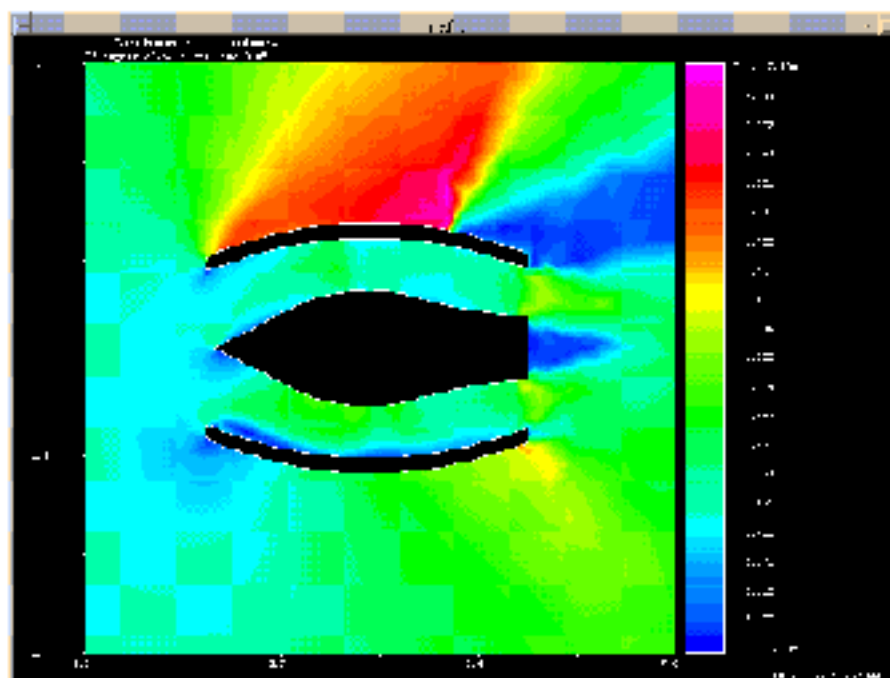
Écoulement autour de deux ailes d'avions



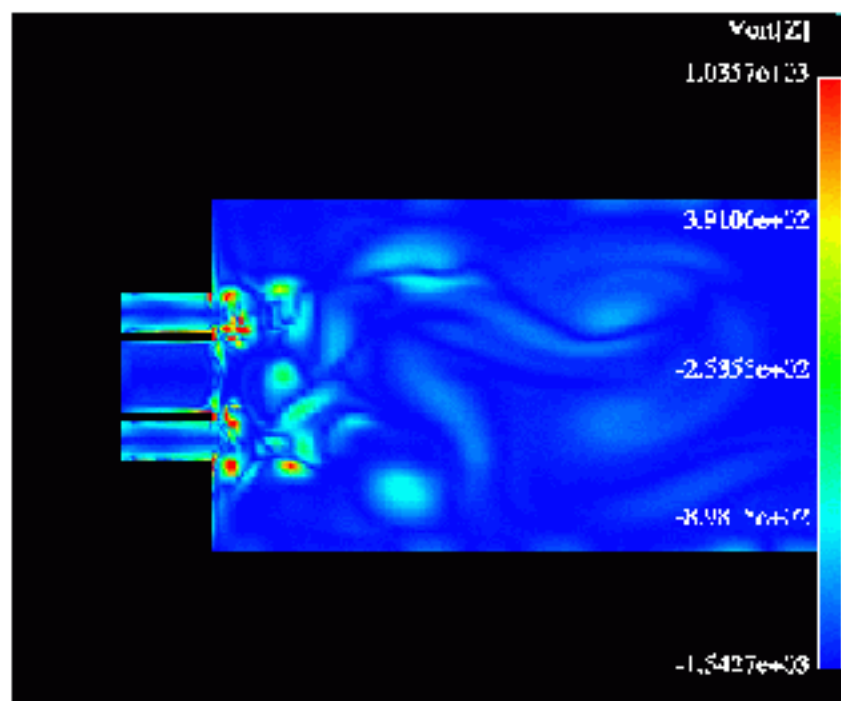
Visualisation du nombre de Mach
Écoulement supersonique pour **Mach > 1**

AERODYNAMIQUE INTERNE

Nombre de Mach dans une turbine d'avion

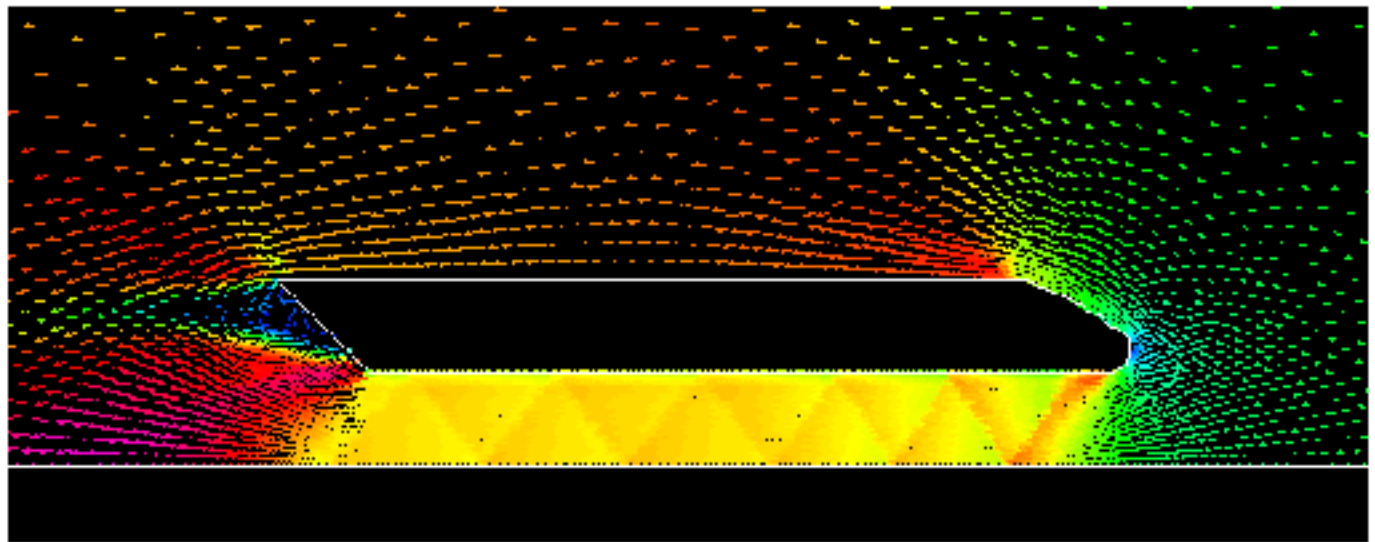


Vorticité dans une chambre de combustion

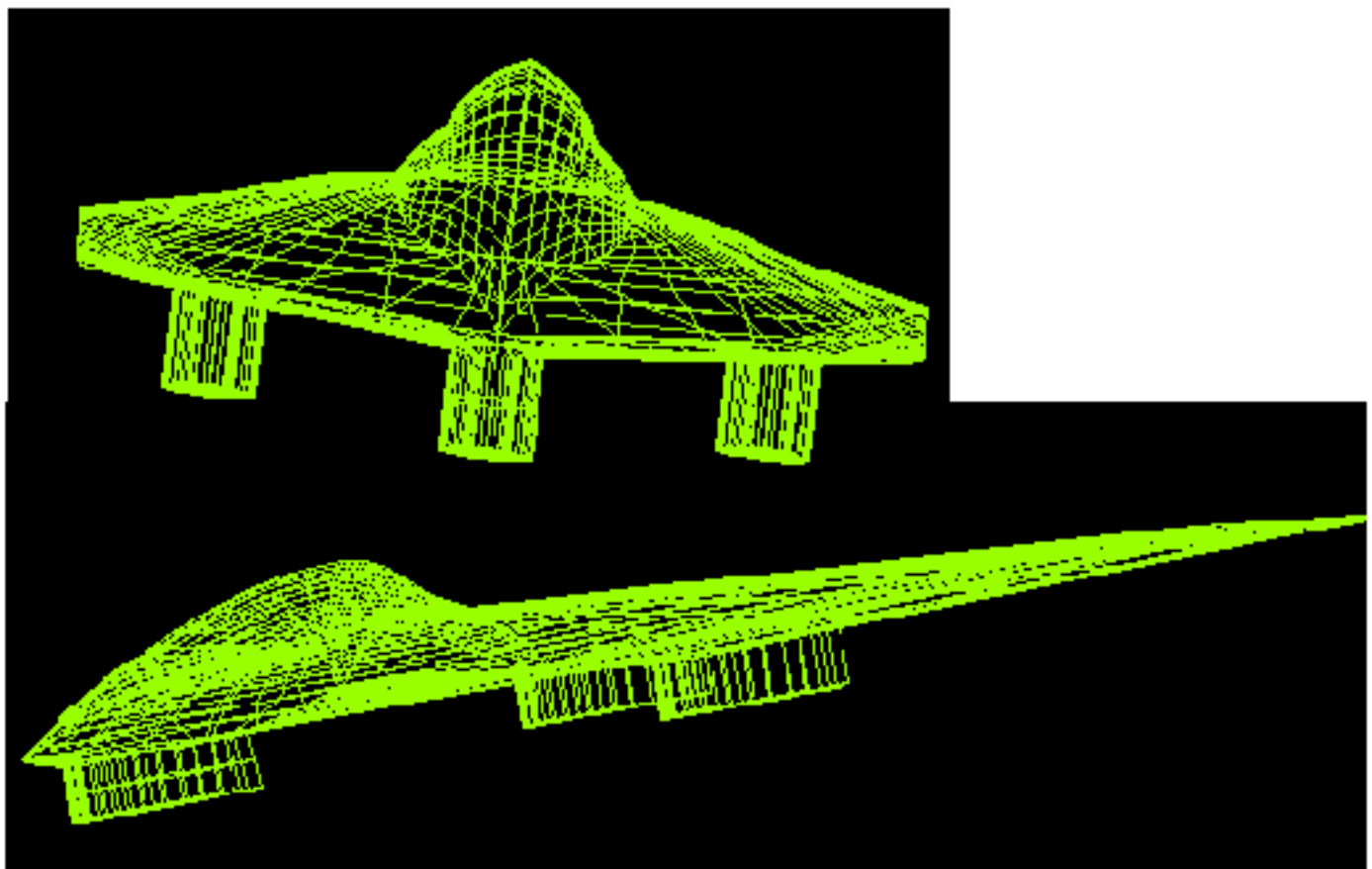


VÉHICULES TERRESTRES

Véhicule supersonique (sans roues)

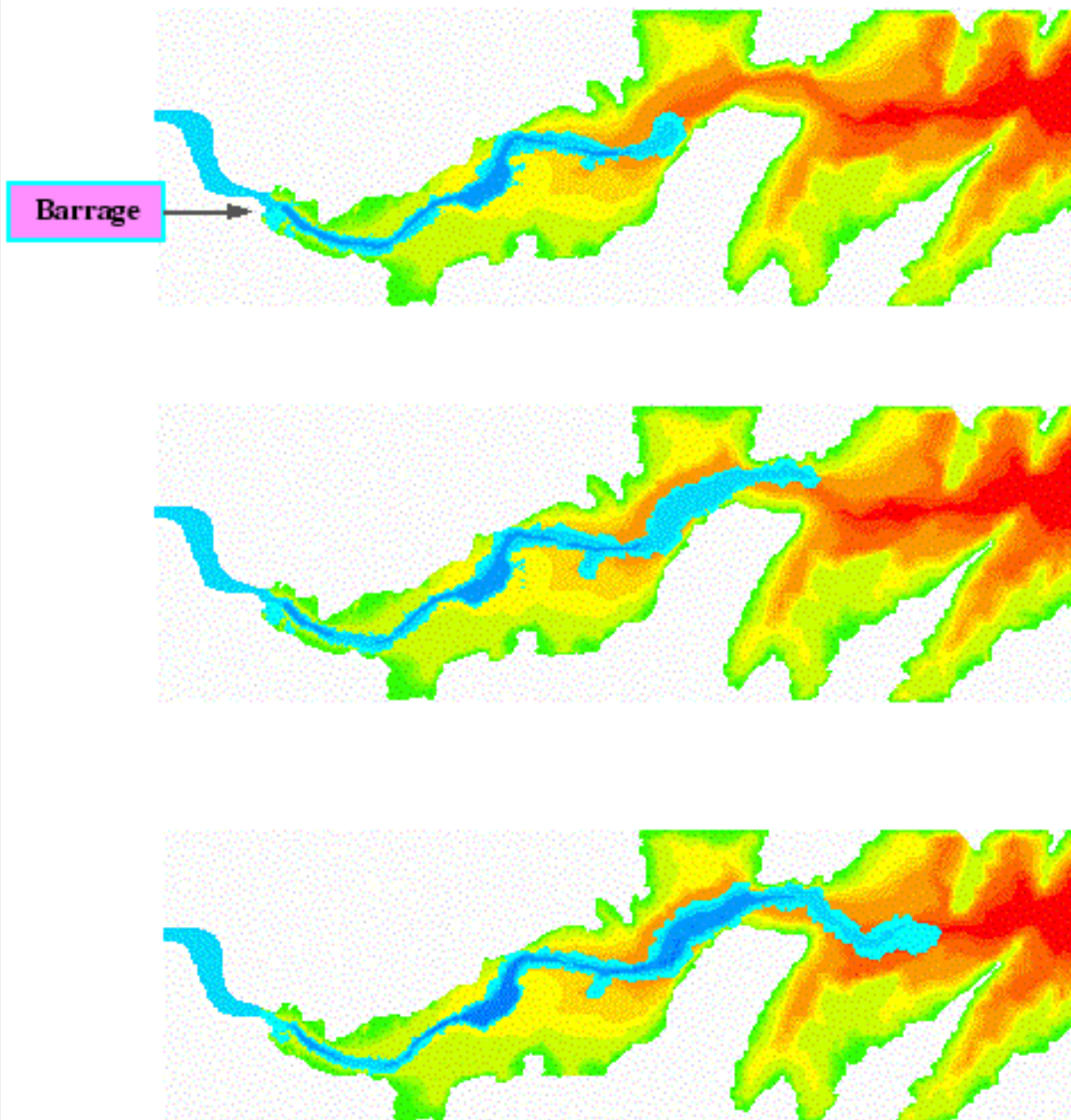


Véhicule solaire



HYDRODYNAMIQUE FLUVIALE

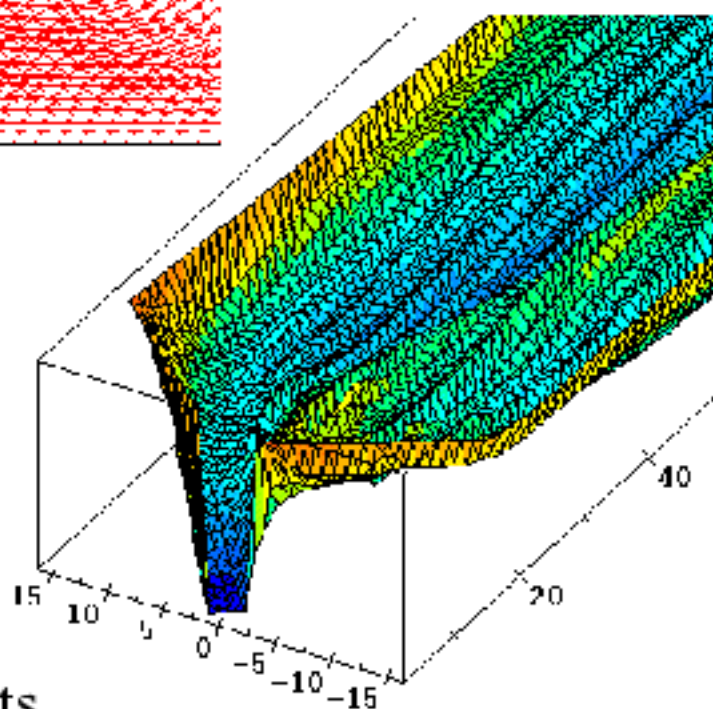
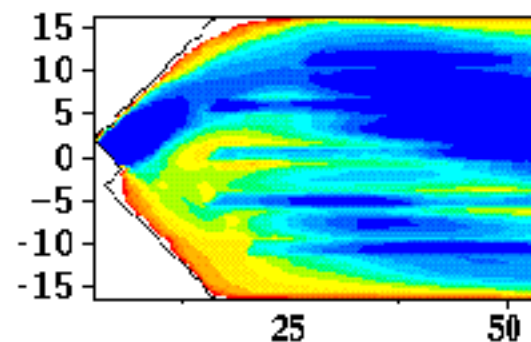
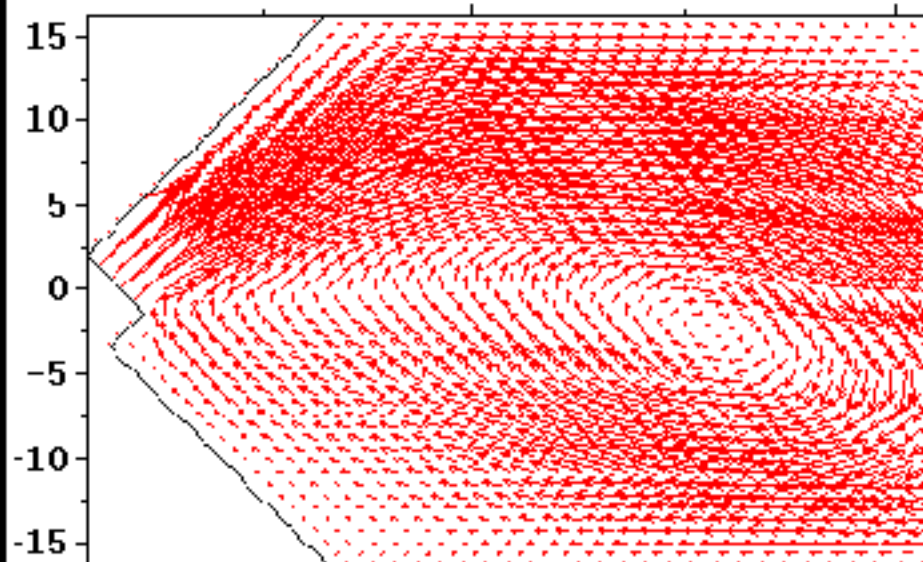
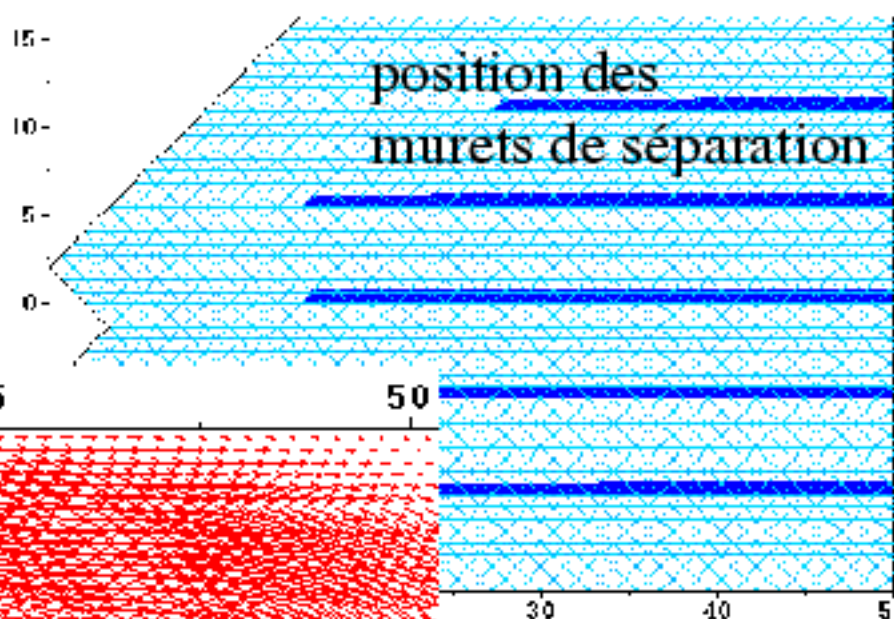
Inondation suite à la rupture d'un barrage



code TELEMAC

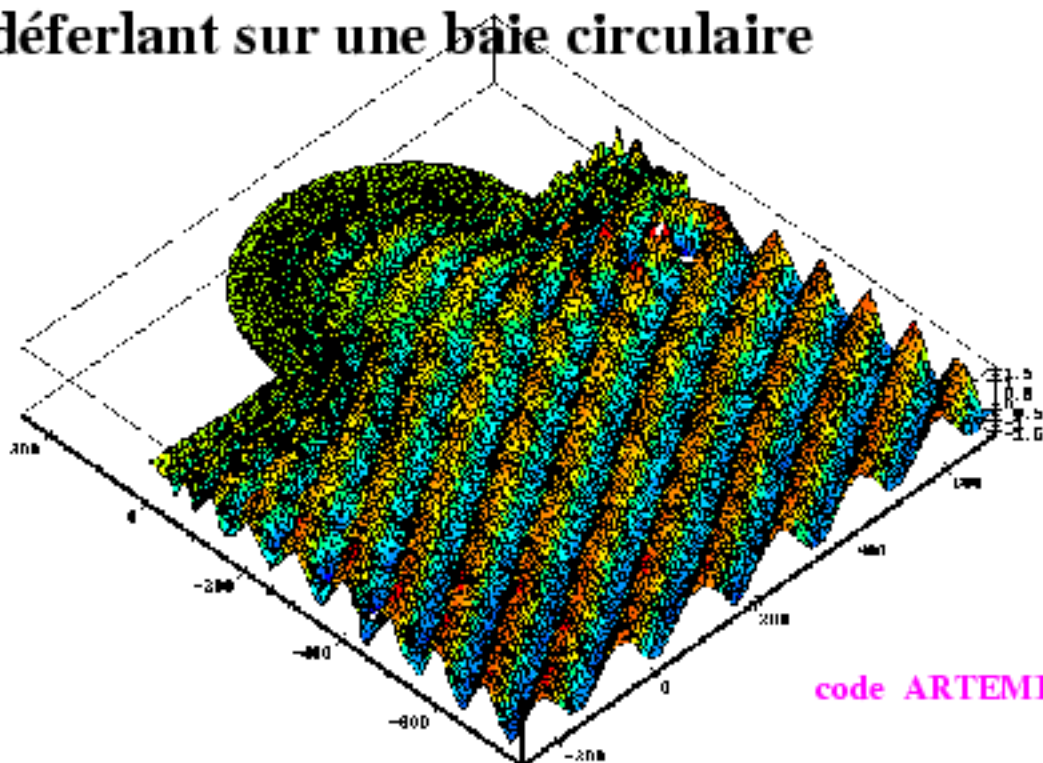
TRANSPORT DE SÉDIMENTS

**déversoir
d'orage :
lutte contre
la pollution**

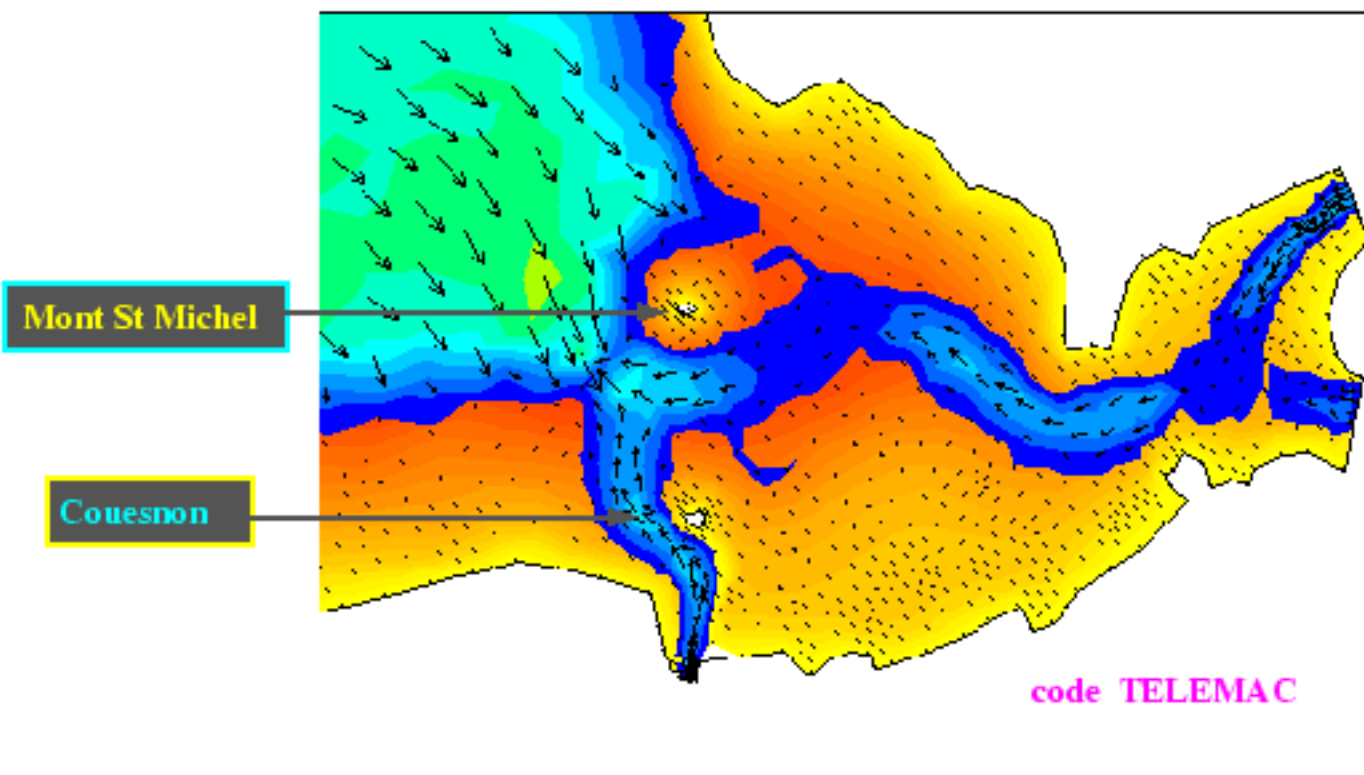


HYDRODYNAMIQUE MARINE

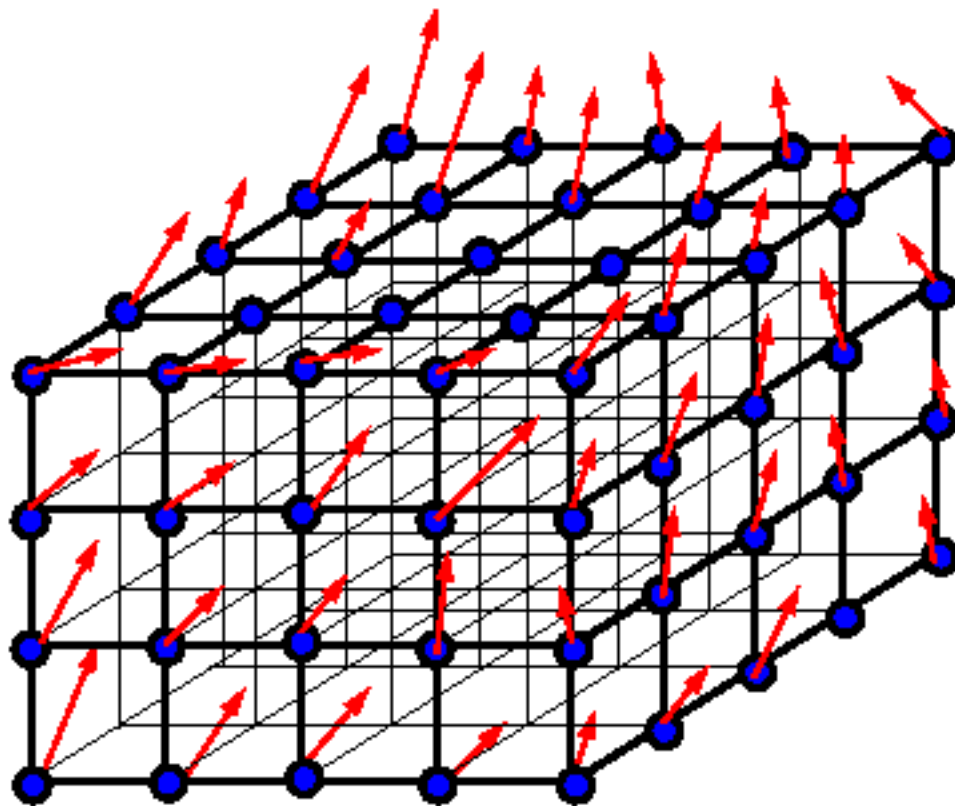
Vagues déferlant sur une baie circulaire



Courants de marée autour du Mont Saint Michel




DISCRÉTISATION SPATIALE POUR LA SIMULATION D'UN ÉCOULEMENT



Pour chaque point de la grille :
mise en mémoire des valeurs des quantités physiques

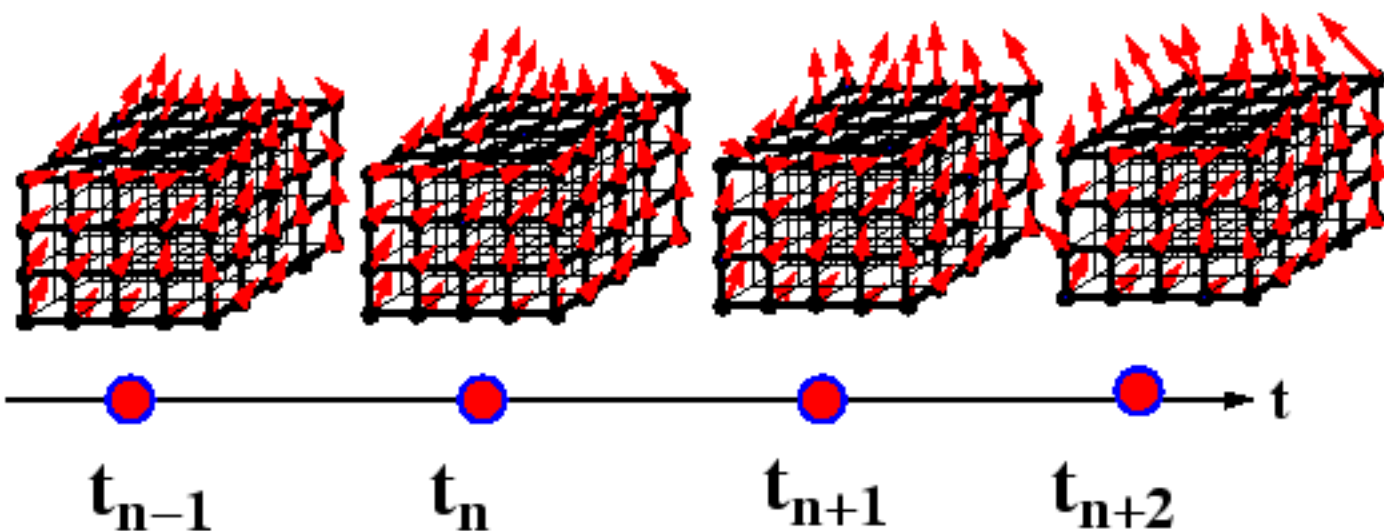
(u, v, w)
Vecteur vitesse

 ρ **Densité**

p **Pression**

T **Température**

DISCRÉTISATION TEMPORELLE



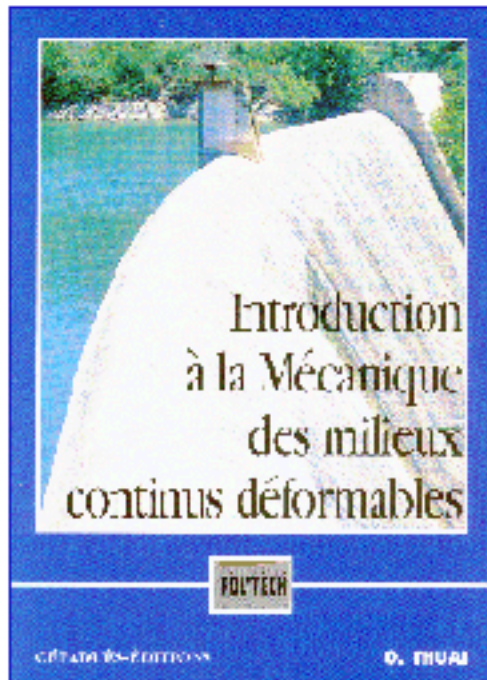
A chaque pas de temps,
le système évolue
en respectant les principes
de base de la Mécanique :

Conservation de la masse

Conservation de la quantité de mouvement

Conservation de l'énergie

ÉQUATIONS DE LA MÉCANIQUE DES MILIEUX CONTINUS



Mécanique des solides élastiques :

Équations de Lamé

Mécanique des Fluides :

Équations de Navier–Stokes

Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \underline{U}] = 0$$

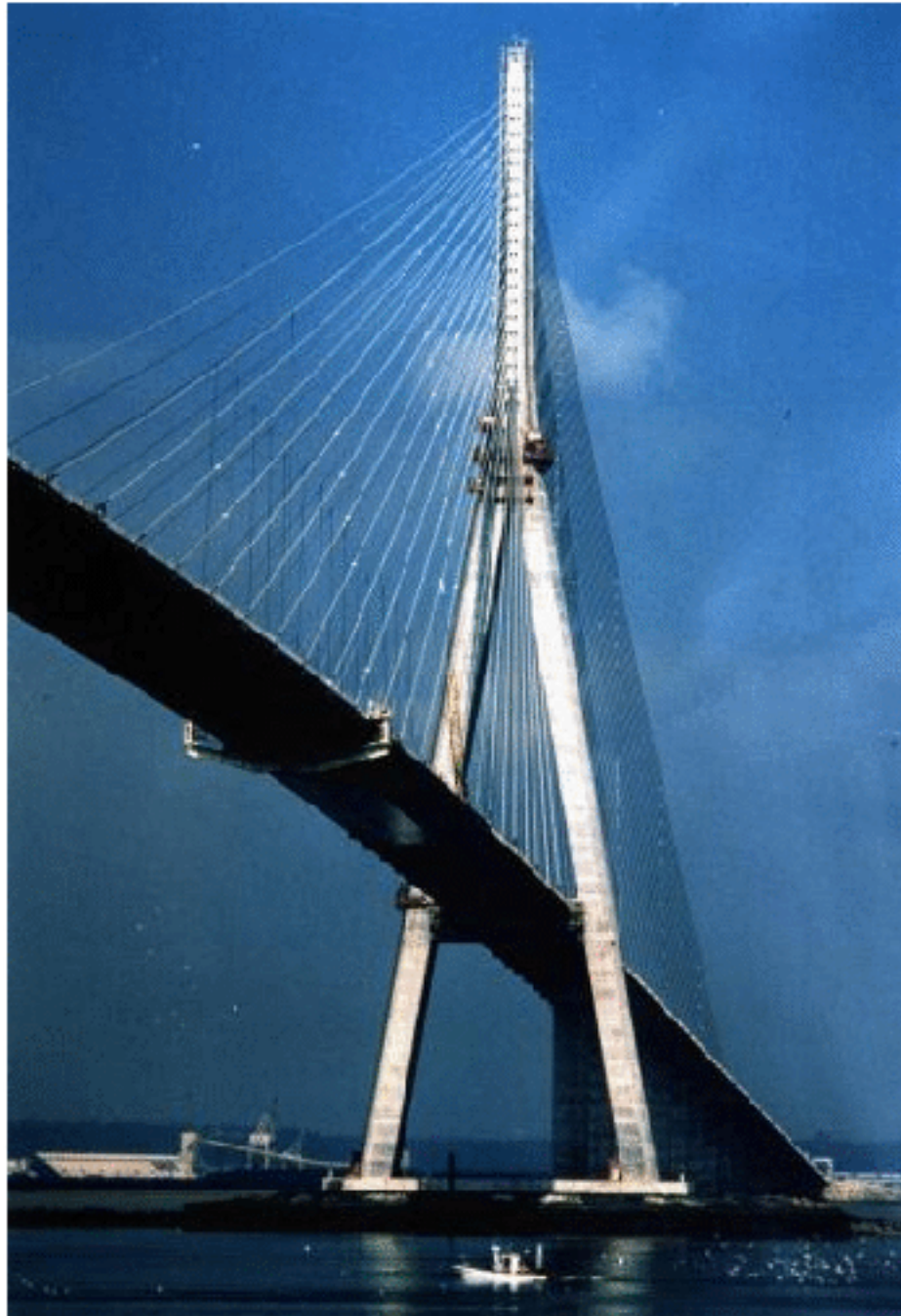
Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial (\rho \underline{U})}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \underline{U} \otimes \underline{U}] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \underline{U}$$

Conservation de l'énergie

$$\frac{\partial (\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho e \underline{U}] = -\kappa \nabla^2 T$$

MÉCANIQUE DES STRUCTURES



POLYTECHNIQUE

<http://www.polytechnique.fr>

INP

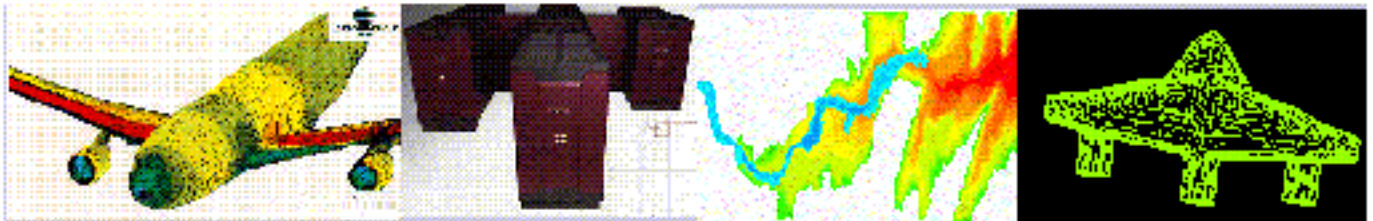
ENSEEIH *HT*

« Les ordinateurs peuvent-ils
tout prévoir ? » 4 mai 1999

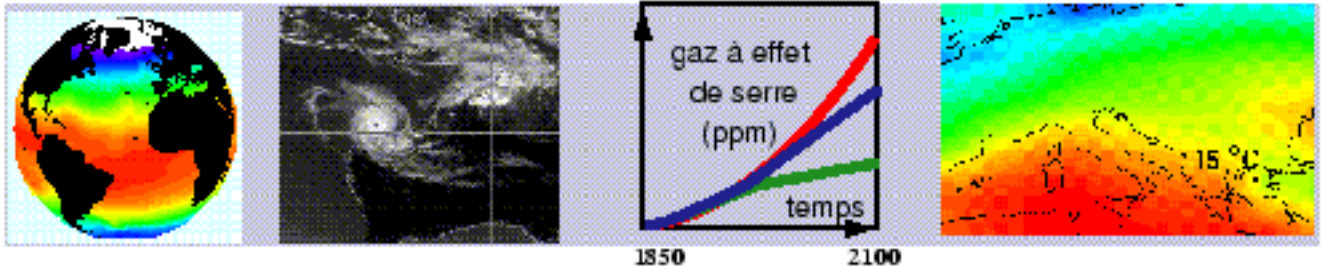


LES ORDINATEURS PEUVENT-ILS TOUT PRÉVOIR ?

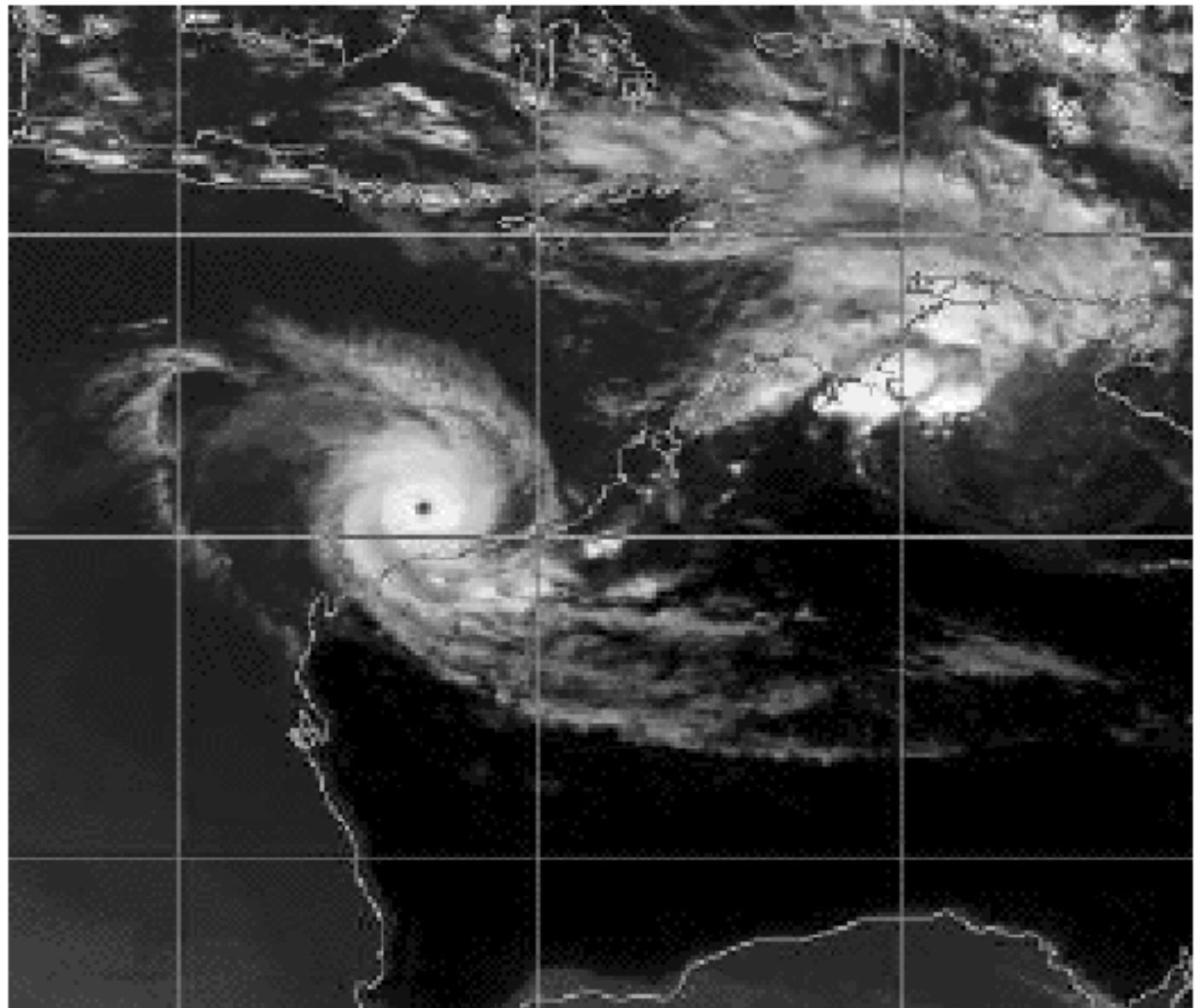
1. Exemples de simulations numériques

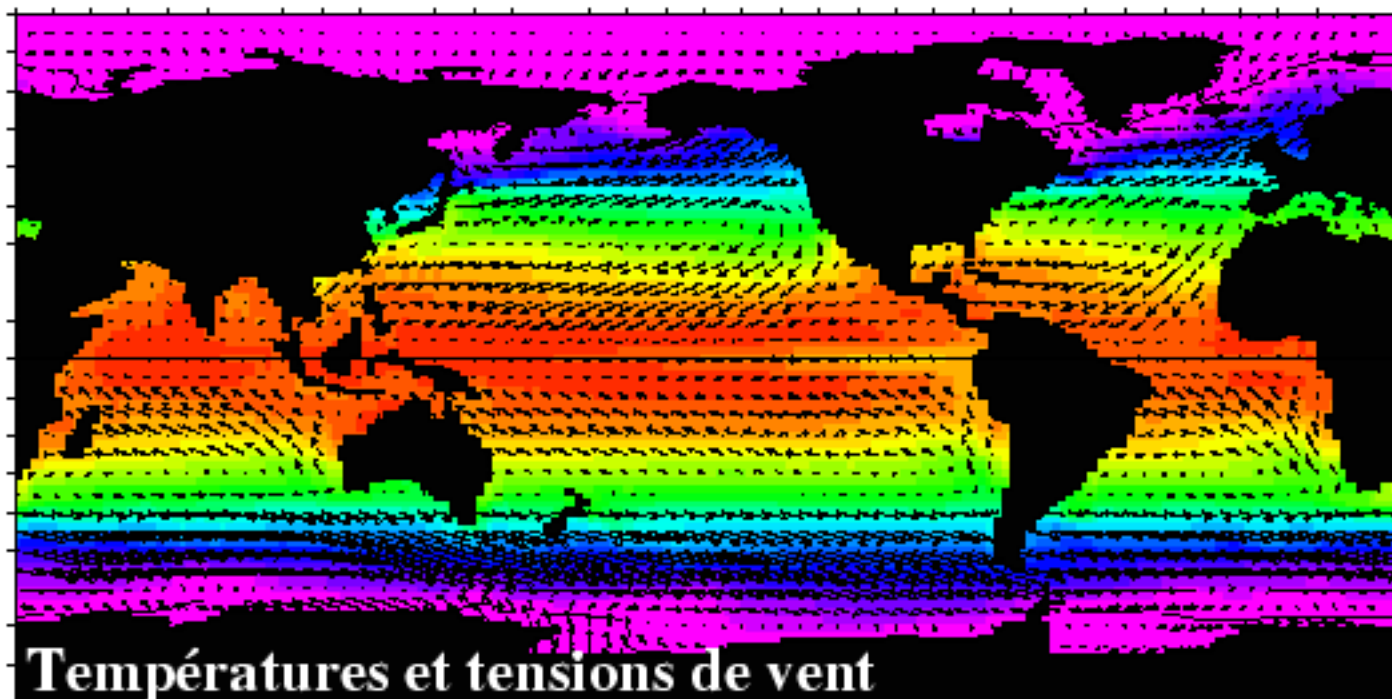


2. L'océan et l'atmosphère

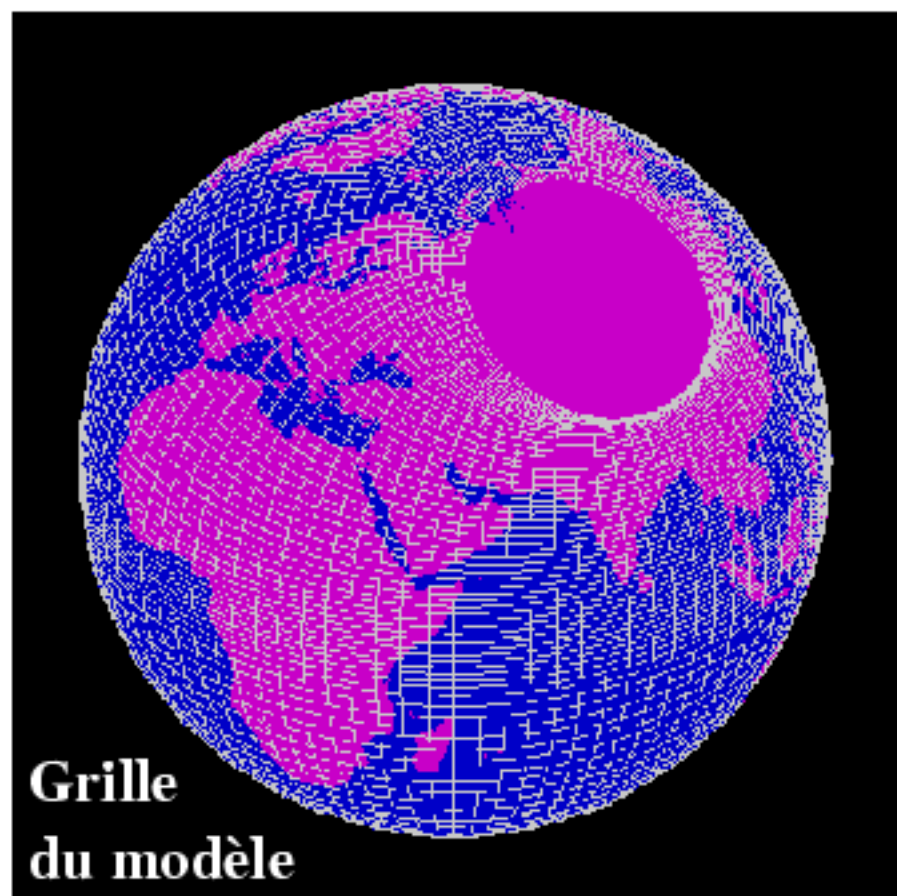


CIRCULATION ATMOSPHERIQUE





Températures et tensions de vent

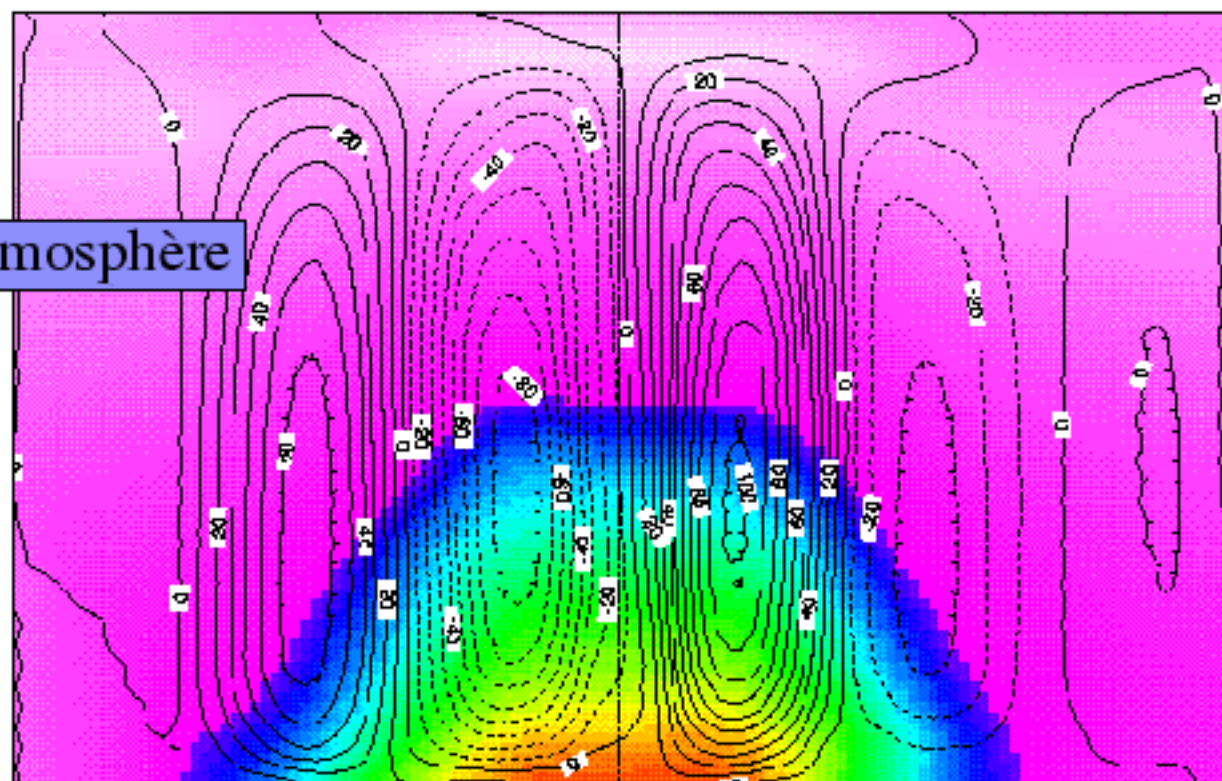


Grille
du modèle

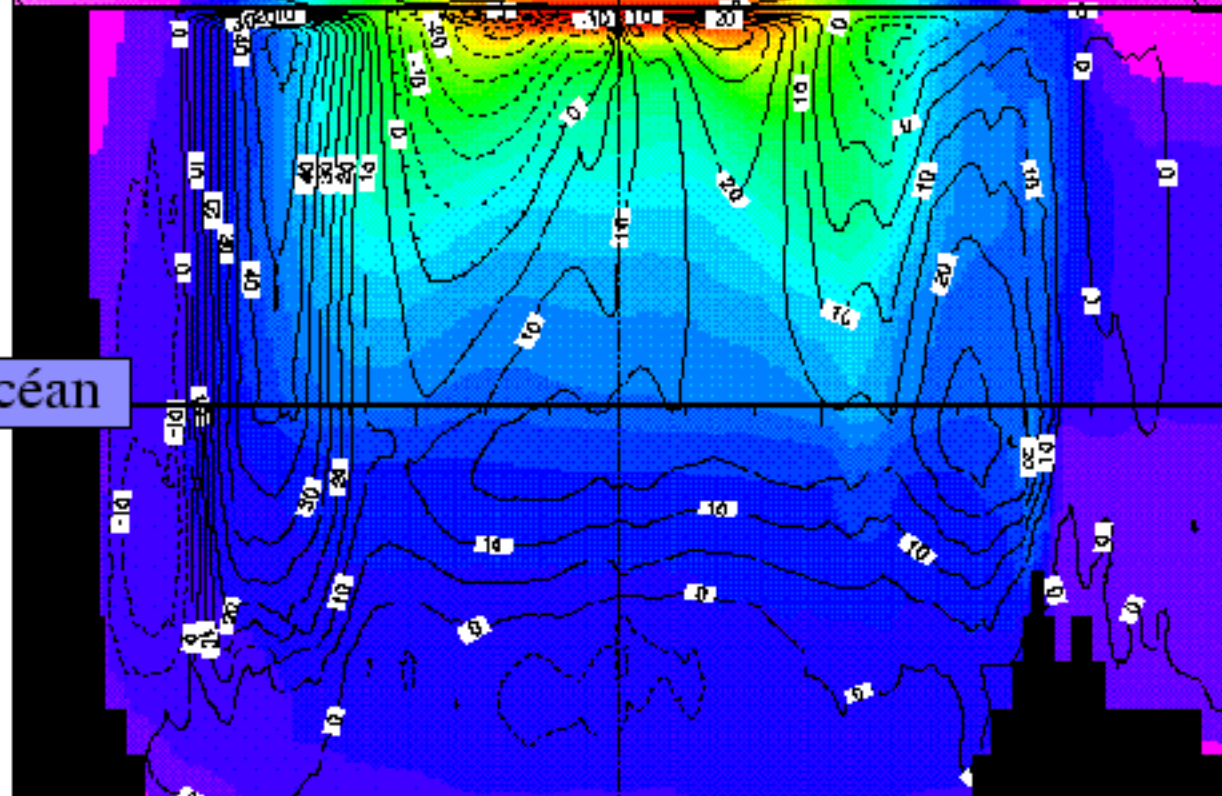
code OPA

COUPLAGE OCÉAN-ATMOSPHÈRE

Atmosphère



Océan



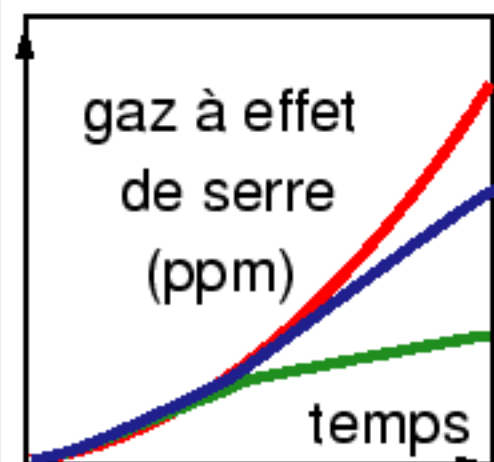
Pôle Sud

Equateur

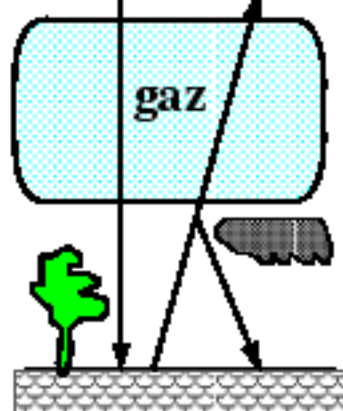
Pôle Nord

SCÉNARIOS CLIMATIQUES

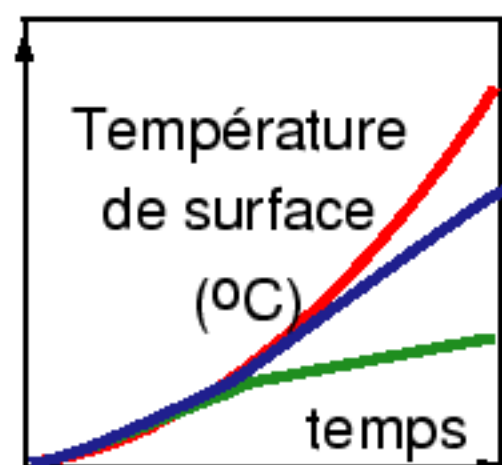
sénarios



Effet de serre



changement global

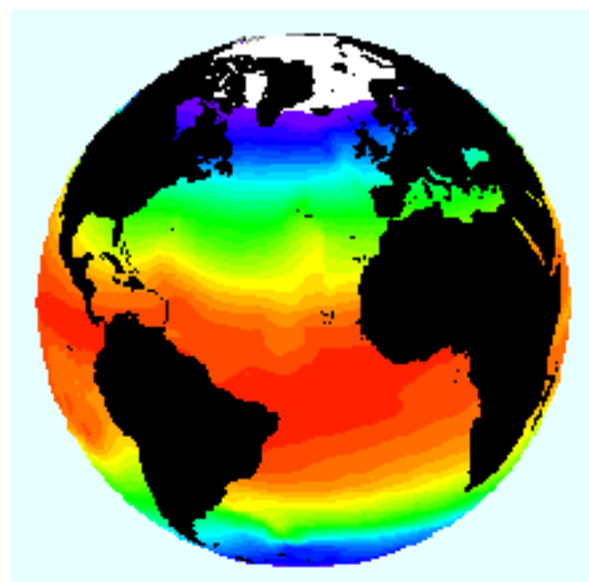


1850

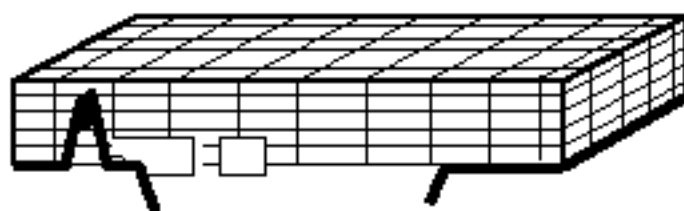
2100

1850

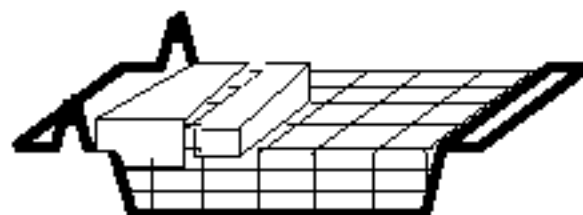
2100



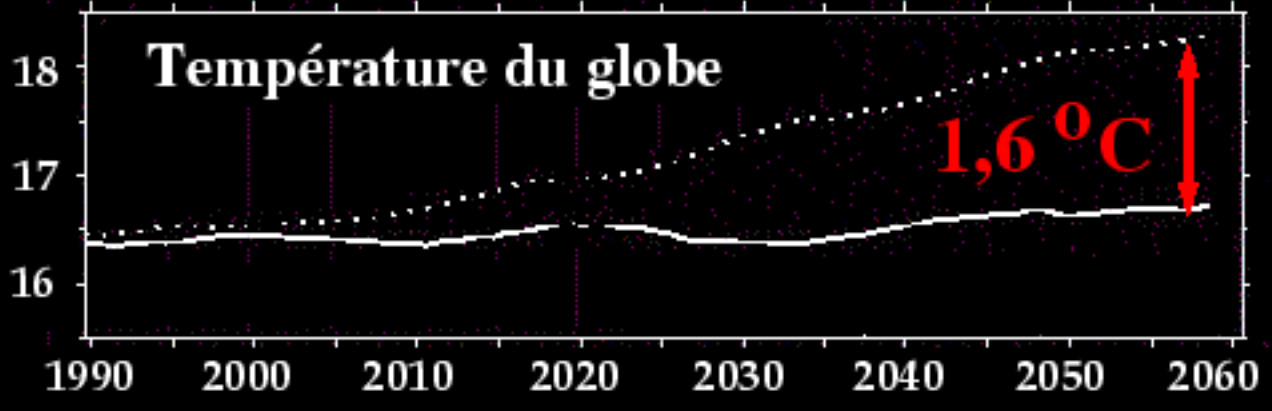
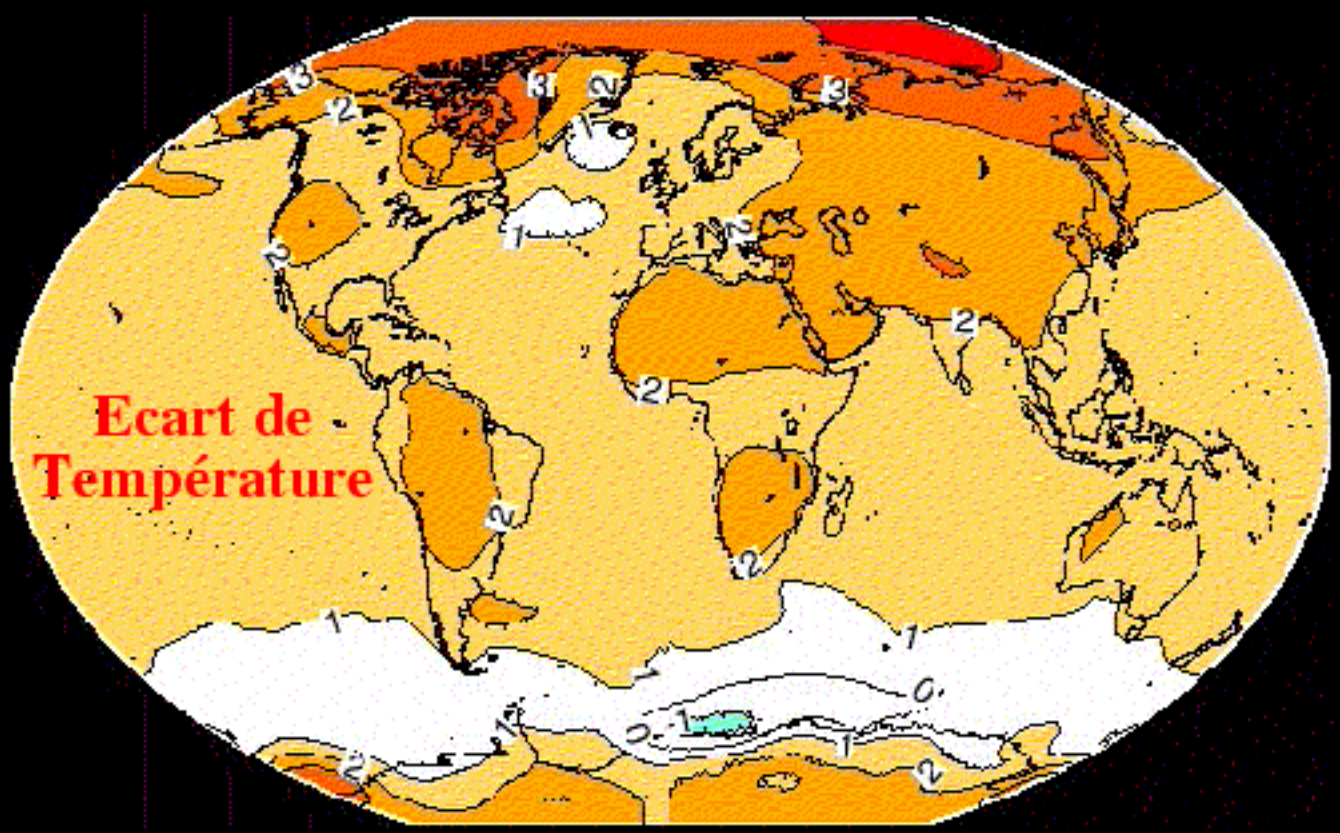
Atmosphère



Océan

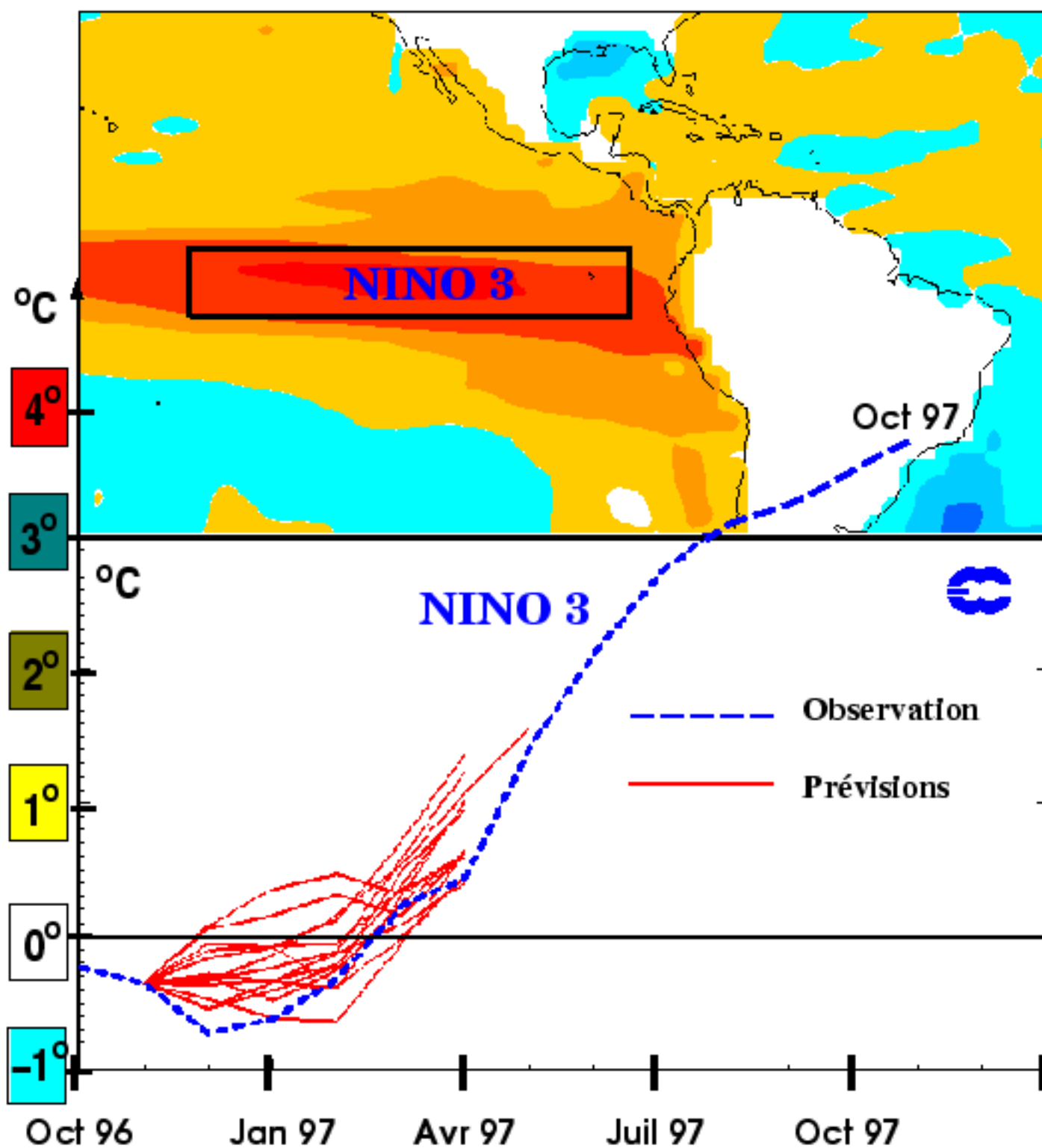


PRÉVISION DU RÉCHAUFFEMENT GLOBAL



— Expérience de contrôle
..... Expérience CO₂ + 1%/an

PRÉVISION SAISONNIÈRE : OCÉAN PACIFIQUE ET « EL NIÑO »

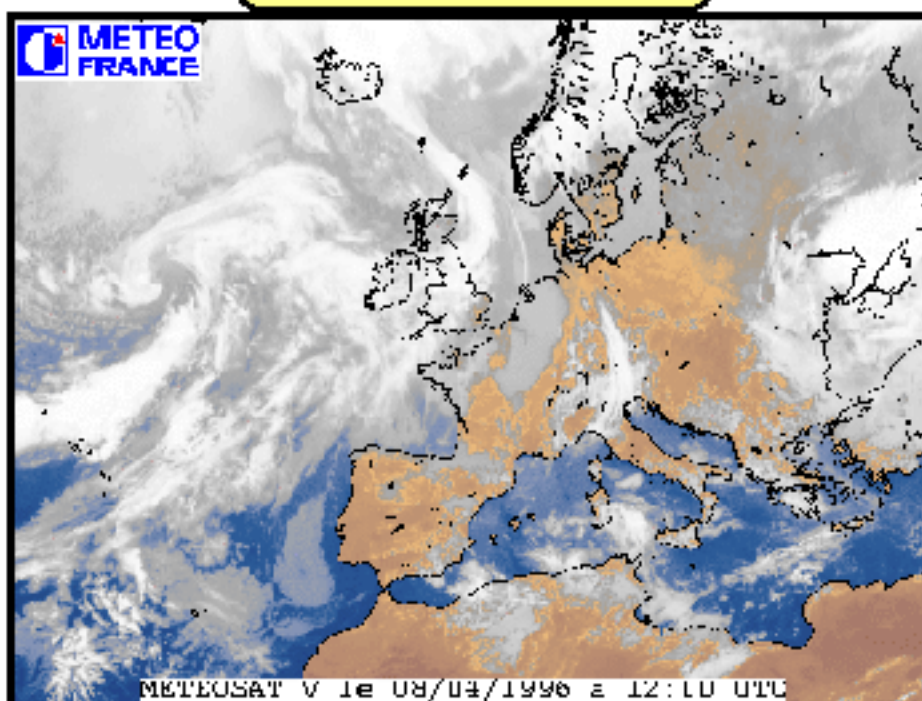


PRÉVISION DU TEMPS

Observations



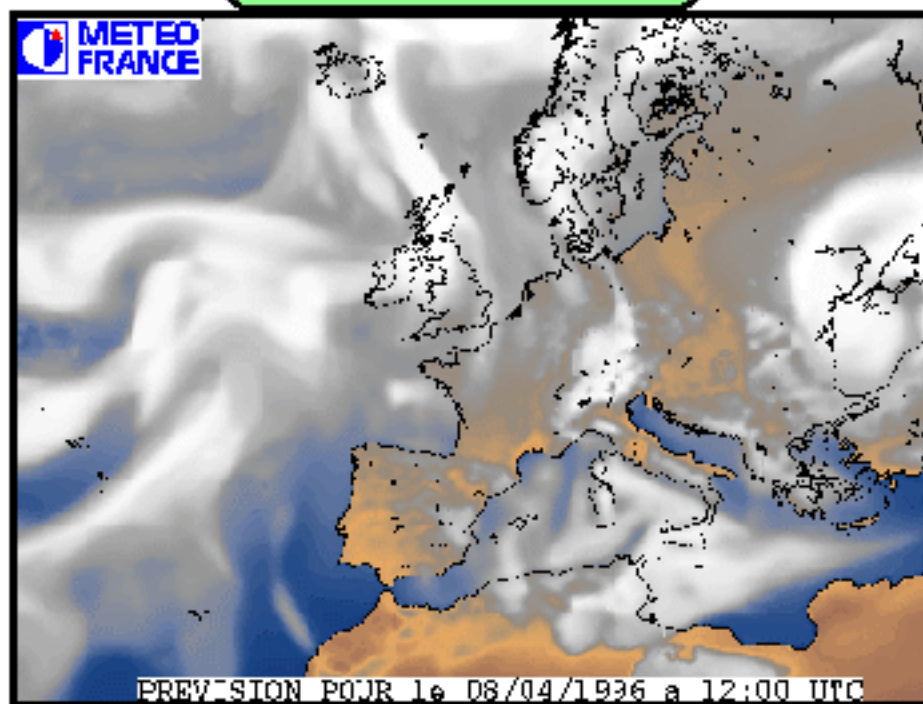
Image
satellite du
8 avril 96
à midi



Prévisions



Prévisions
à 1 jour
pour le
8 avril 96
à midi

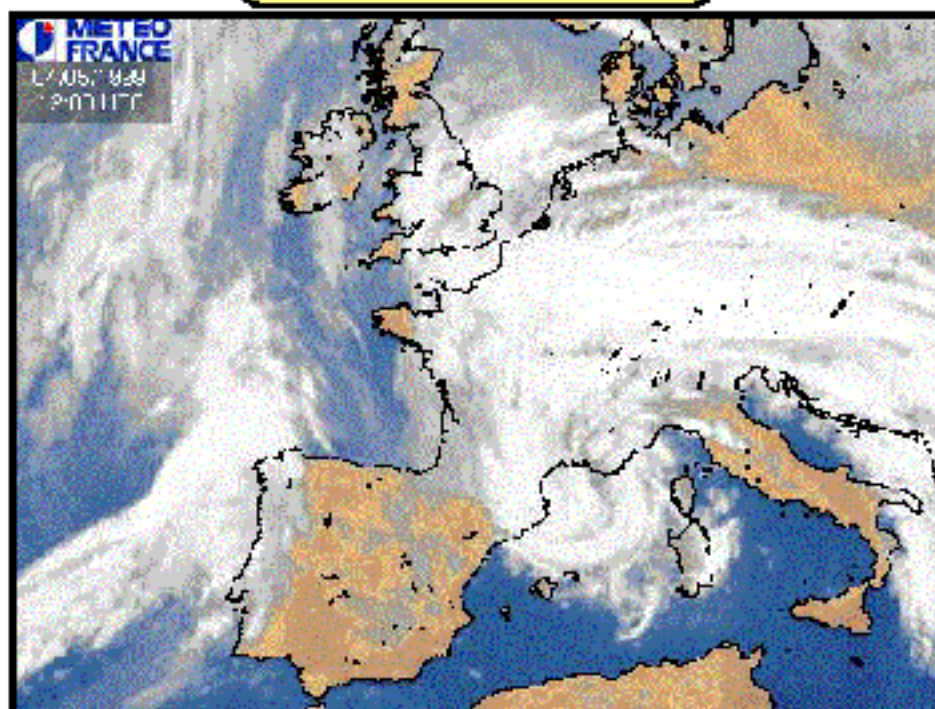


PRÉVISION DU TEMPS

Observations



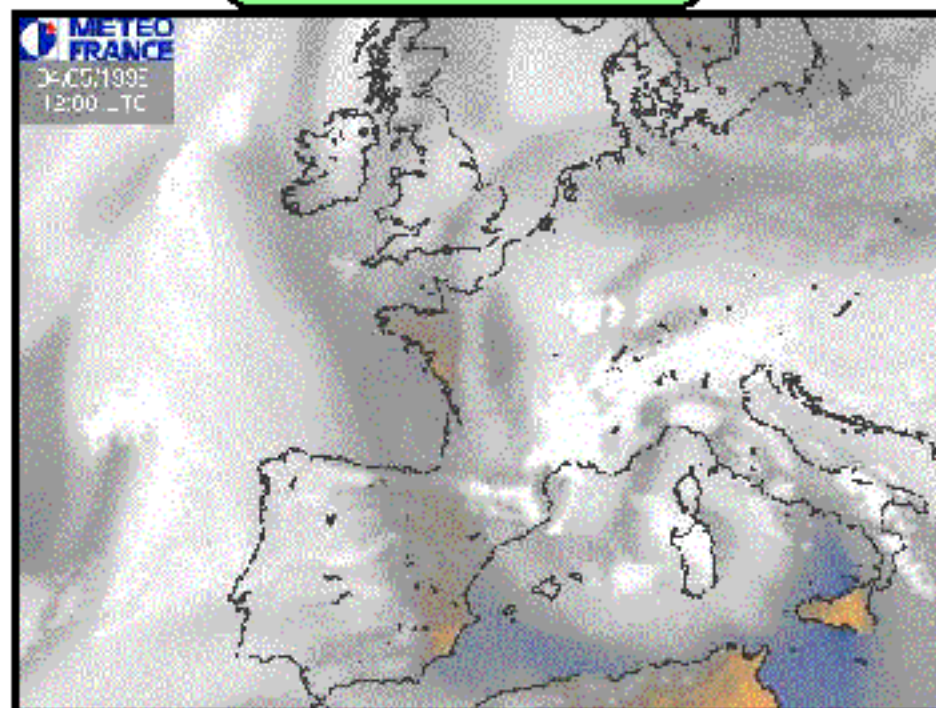
Image
satellite du
4 mai 99
à midi



Prévisions



Prévisions
à 1 jour
pour le
4 mai 99
à midi



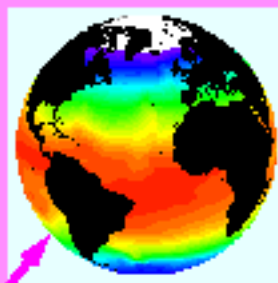
SIMULATION ET EFFET PAPILLON



Simulation couplée
océan-atmosphère
dite de contrôle

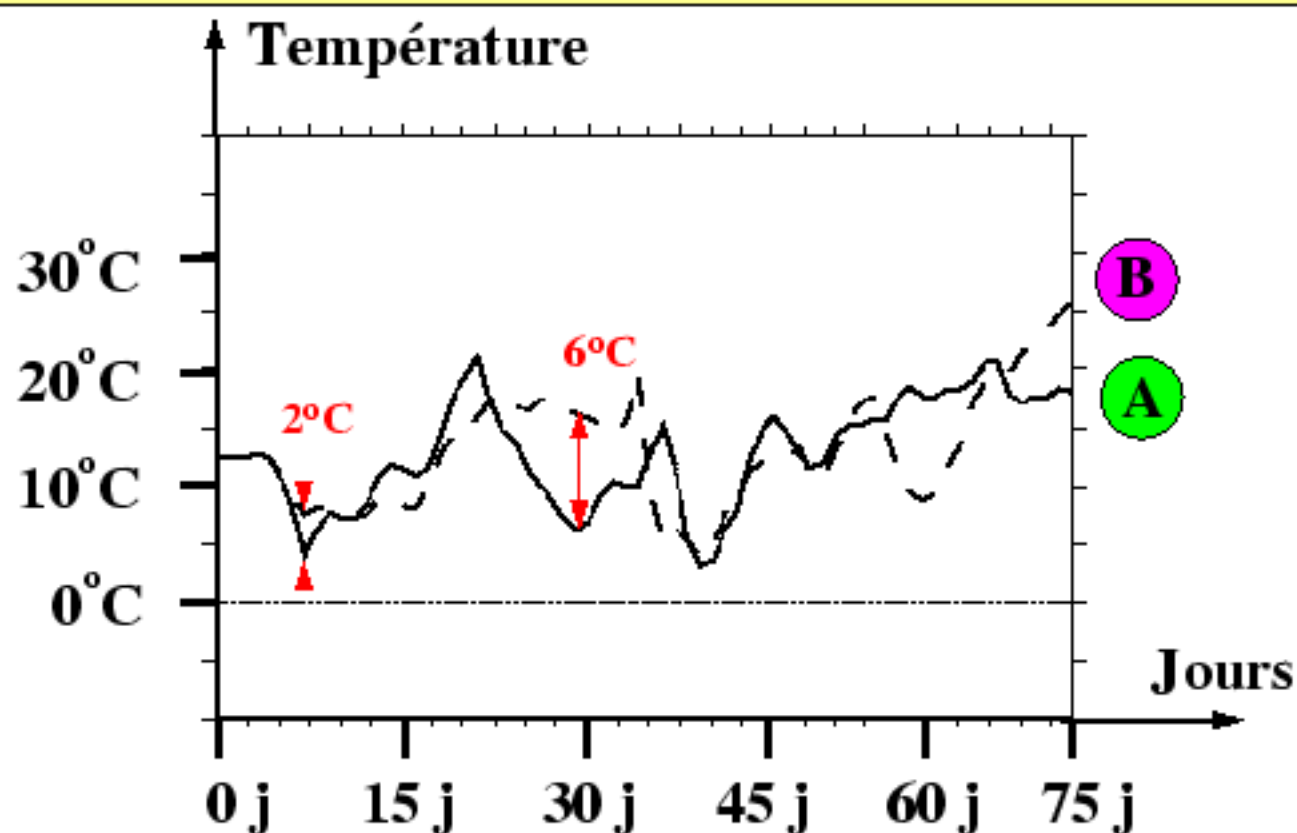
A —————

0,01 °C ajouté à
la température
aux antipodes
de Toulouse
(point mer près
de la Nouvelle Zélande)



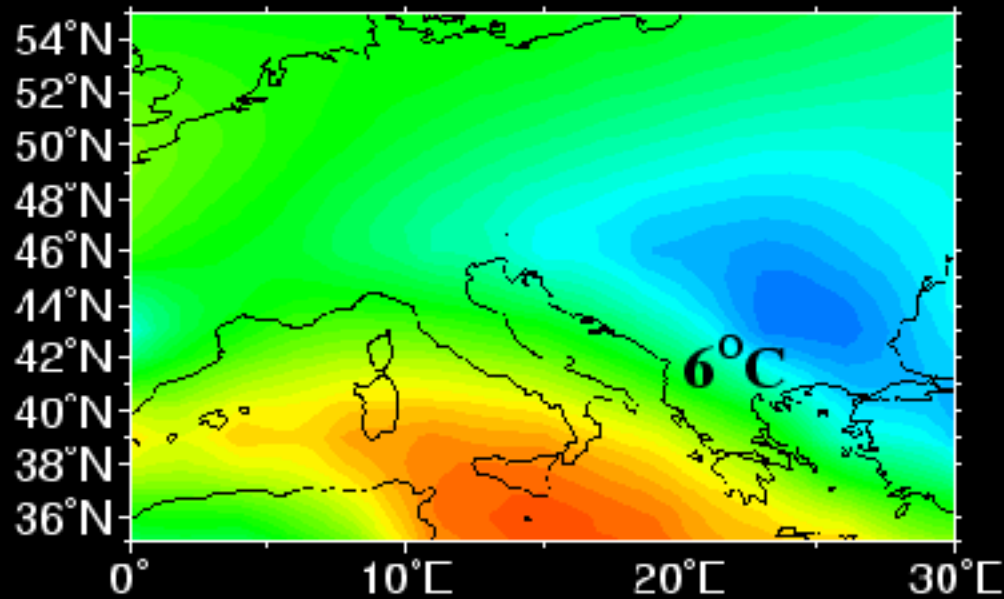
B - - - - -

Température sous abri sur la Roumanie

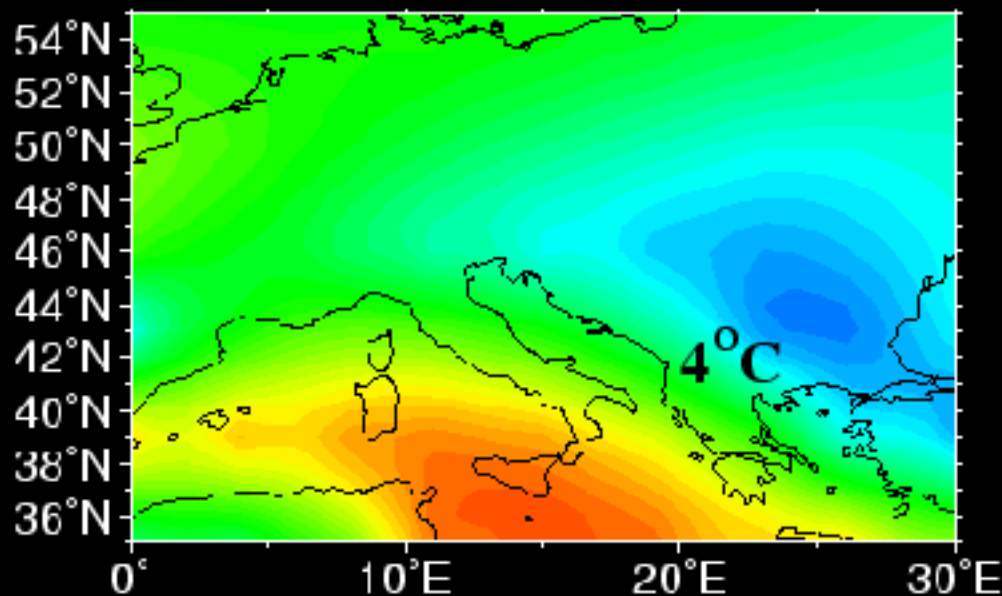


COMPARAISON AU BOUT DE 03 JOURS

Control Simulation

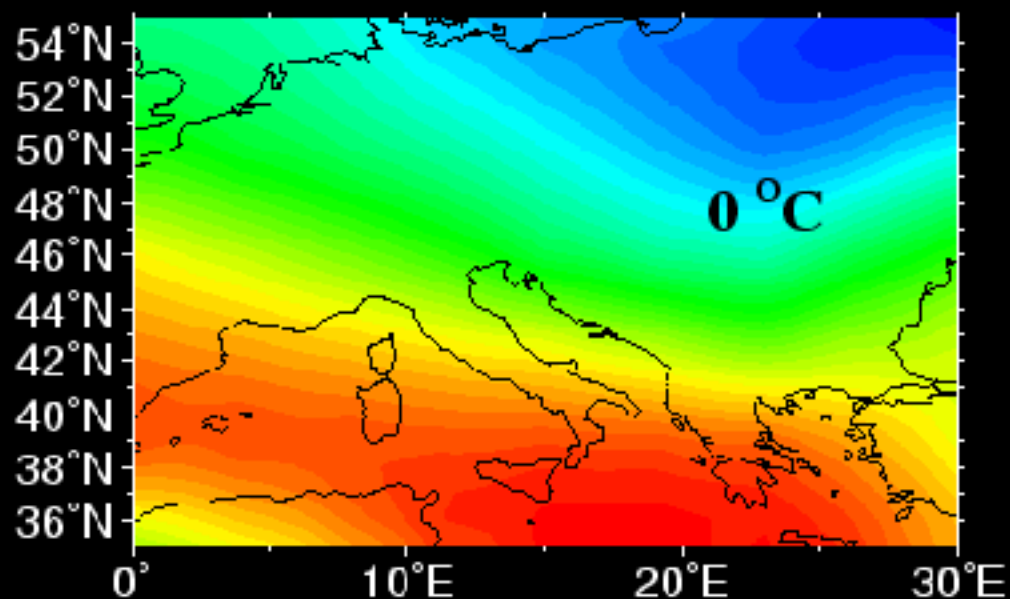


Perturbed Simulation

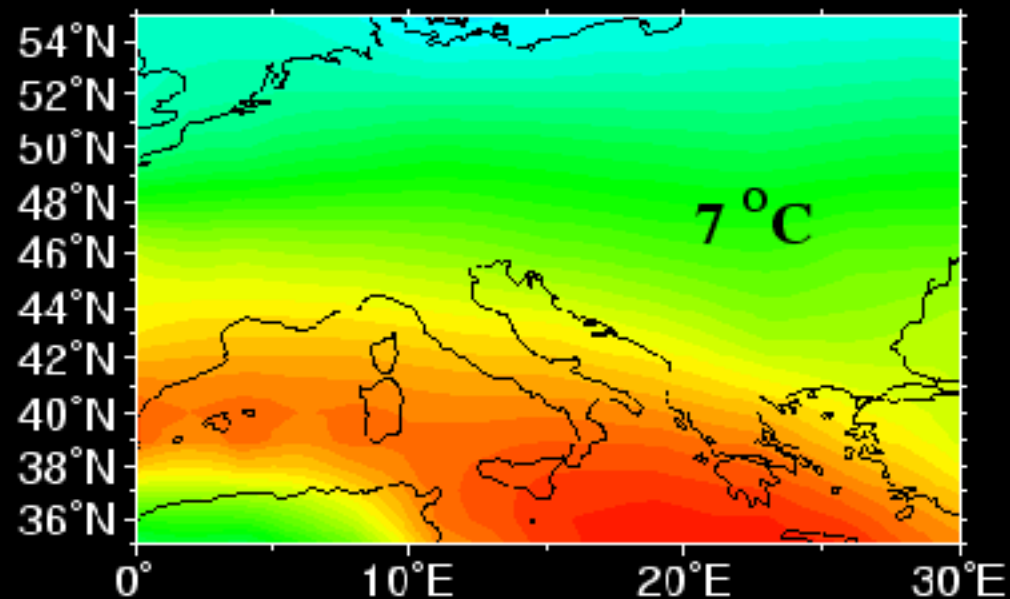


COMPARAISON AU BOUT DE 30 JOURS

Control Simulation

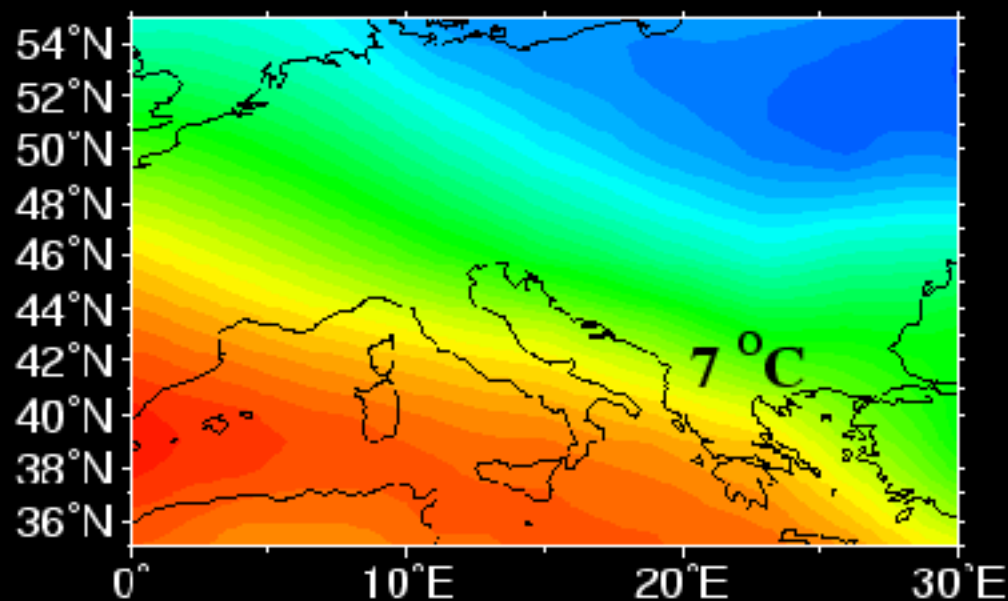


Perturbed Simulation

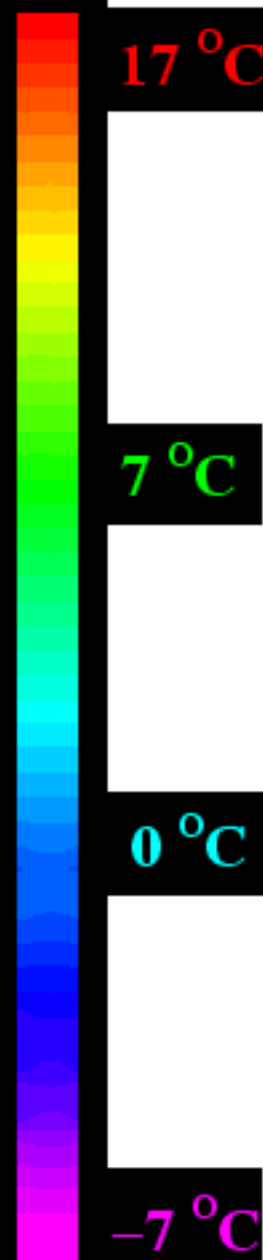
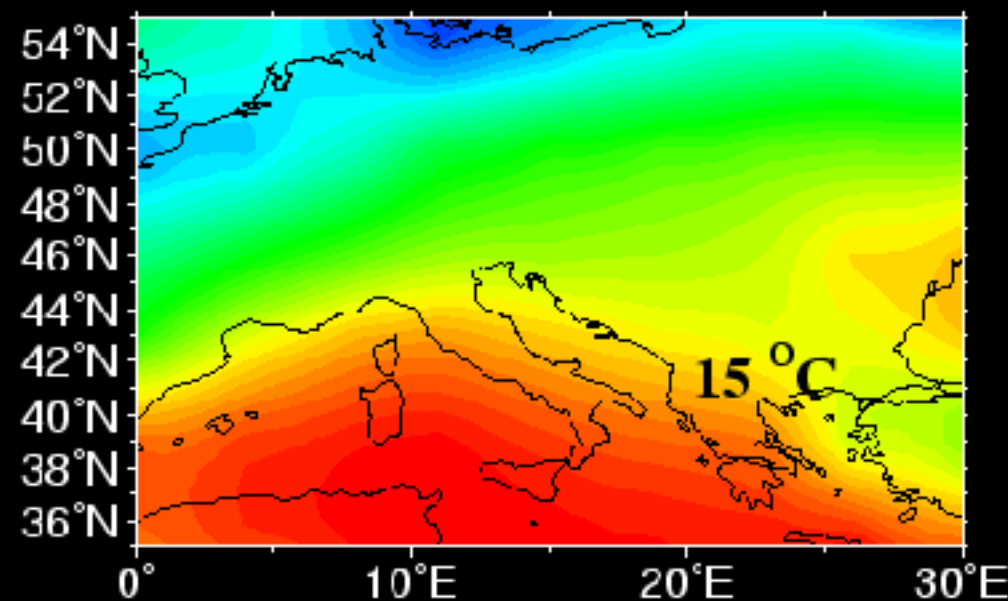


COMPARAISON AU BOUT DE 60 JOURS

Control Simulation

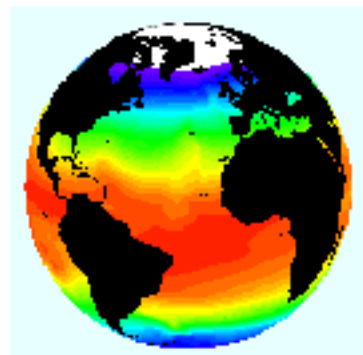


Perturbed Simulation

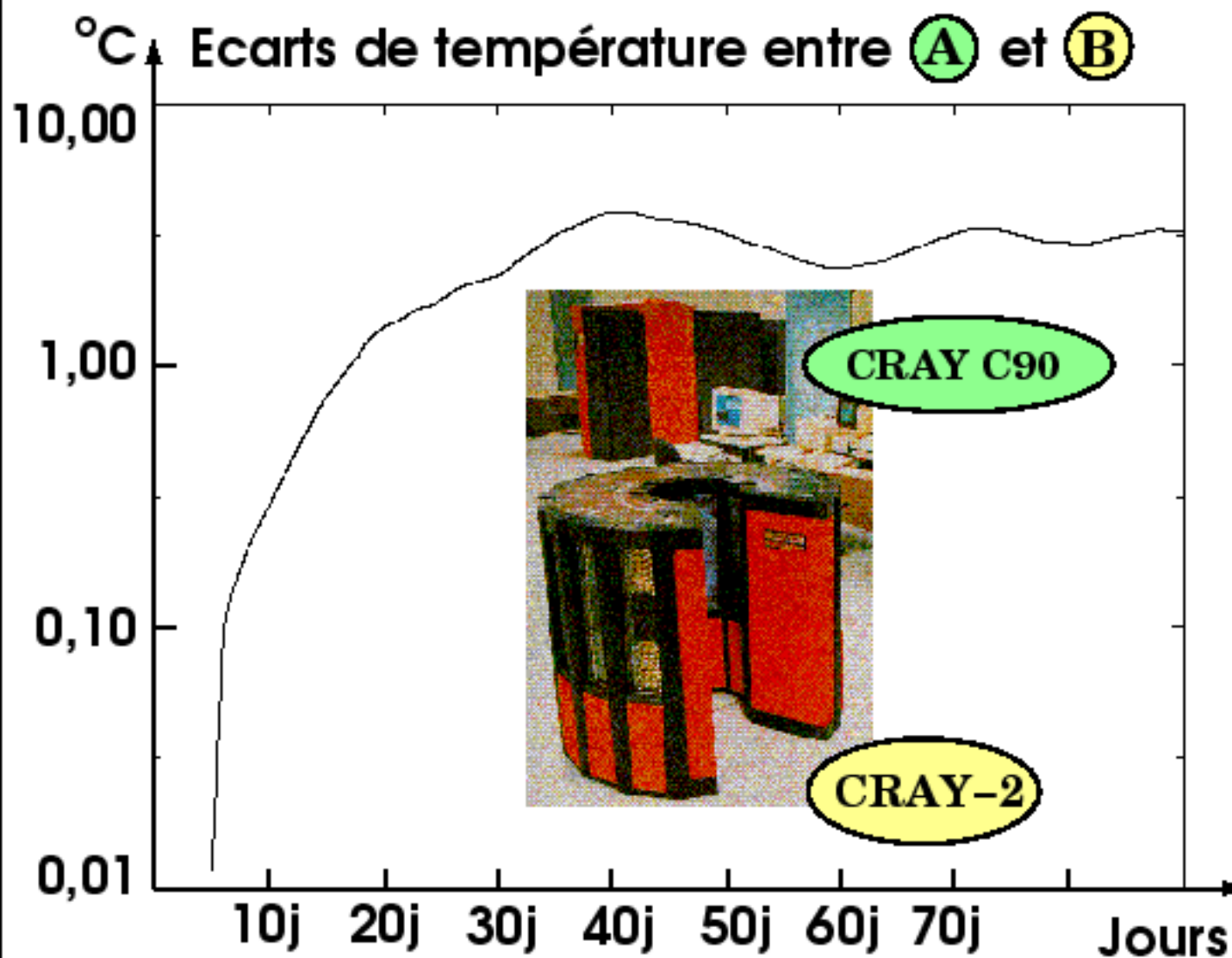


SENSIBILITÉ AU CALCULATEUR

Même modèle, même état de départ

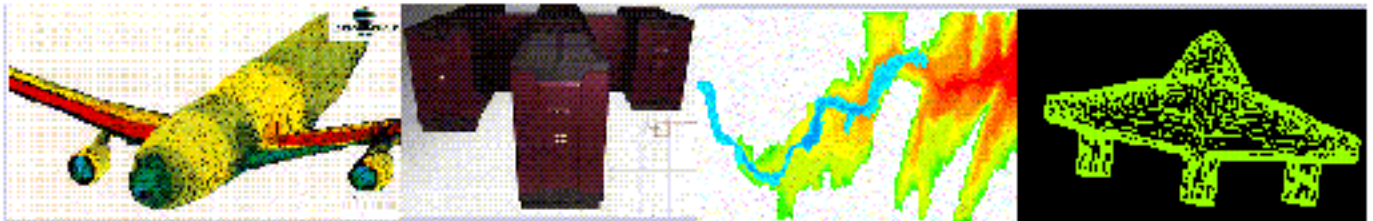


- (A) simulation sur le CRAY C90
- (B) simulation sur le CRAY-2

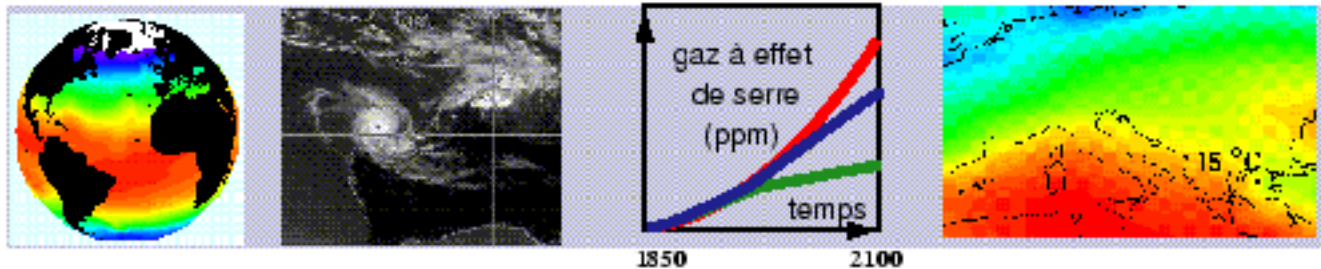


LES ORDINATEURS PEUVENT-ILS TOUT PRÉVOIR ?

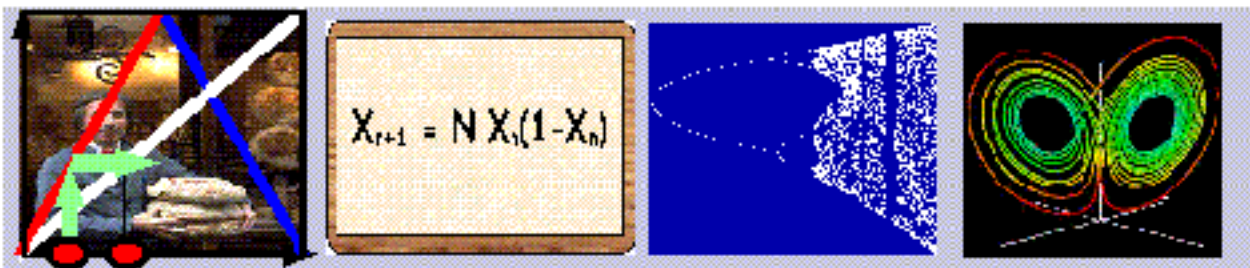
1. Exemples de simulations numériques



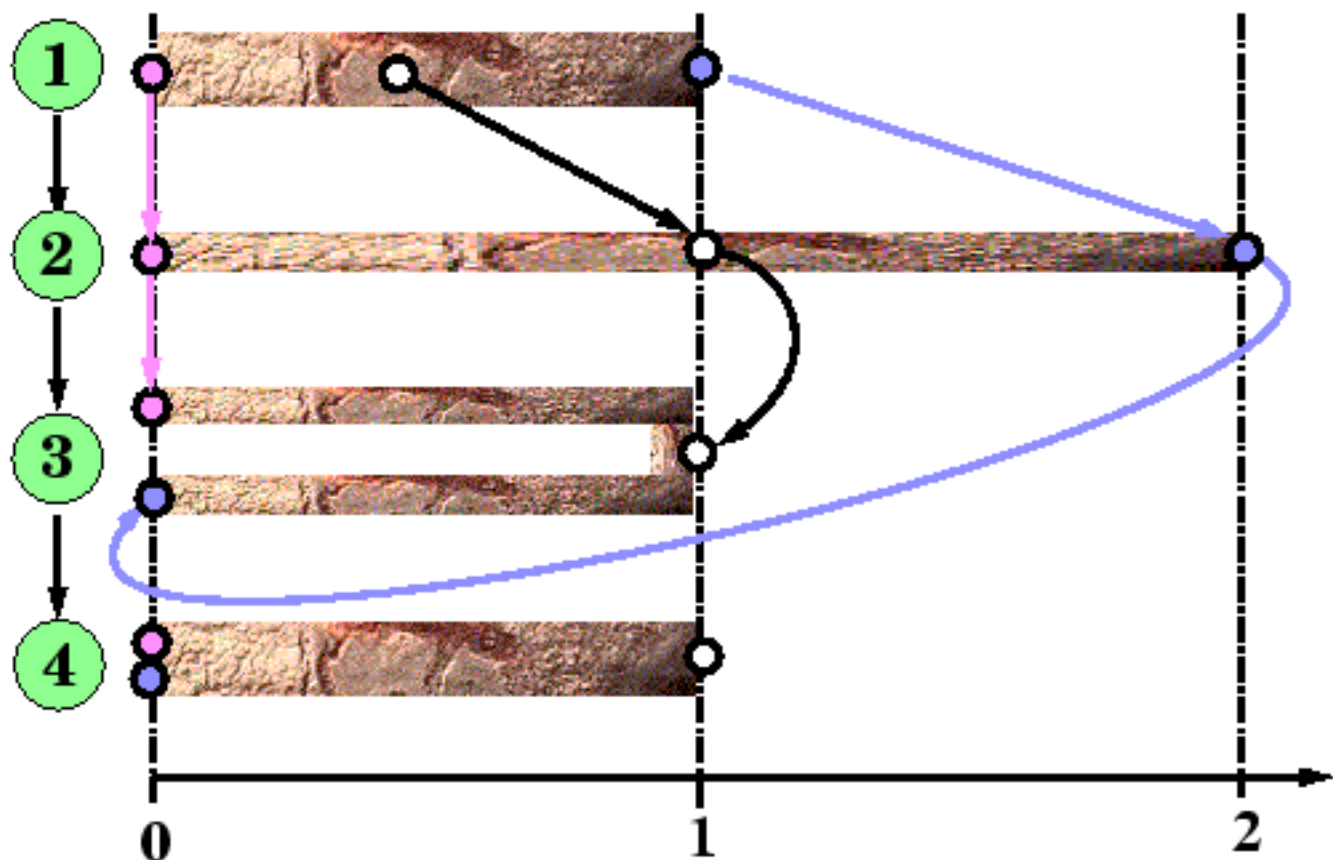
2. L'océan et l'atmosphère



3. Systèmes dynamiques et chaos



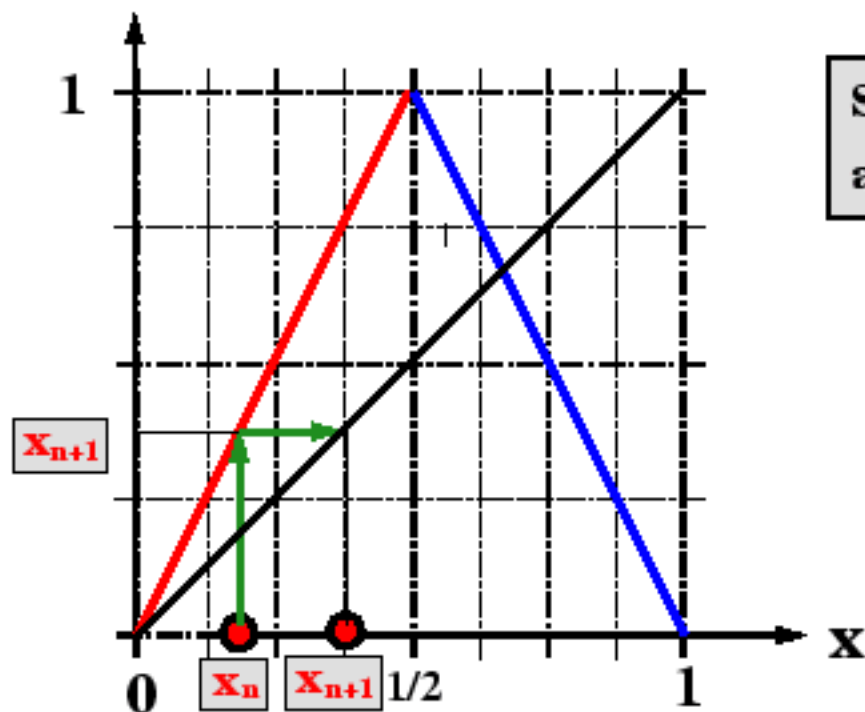
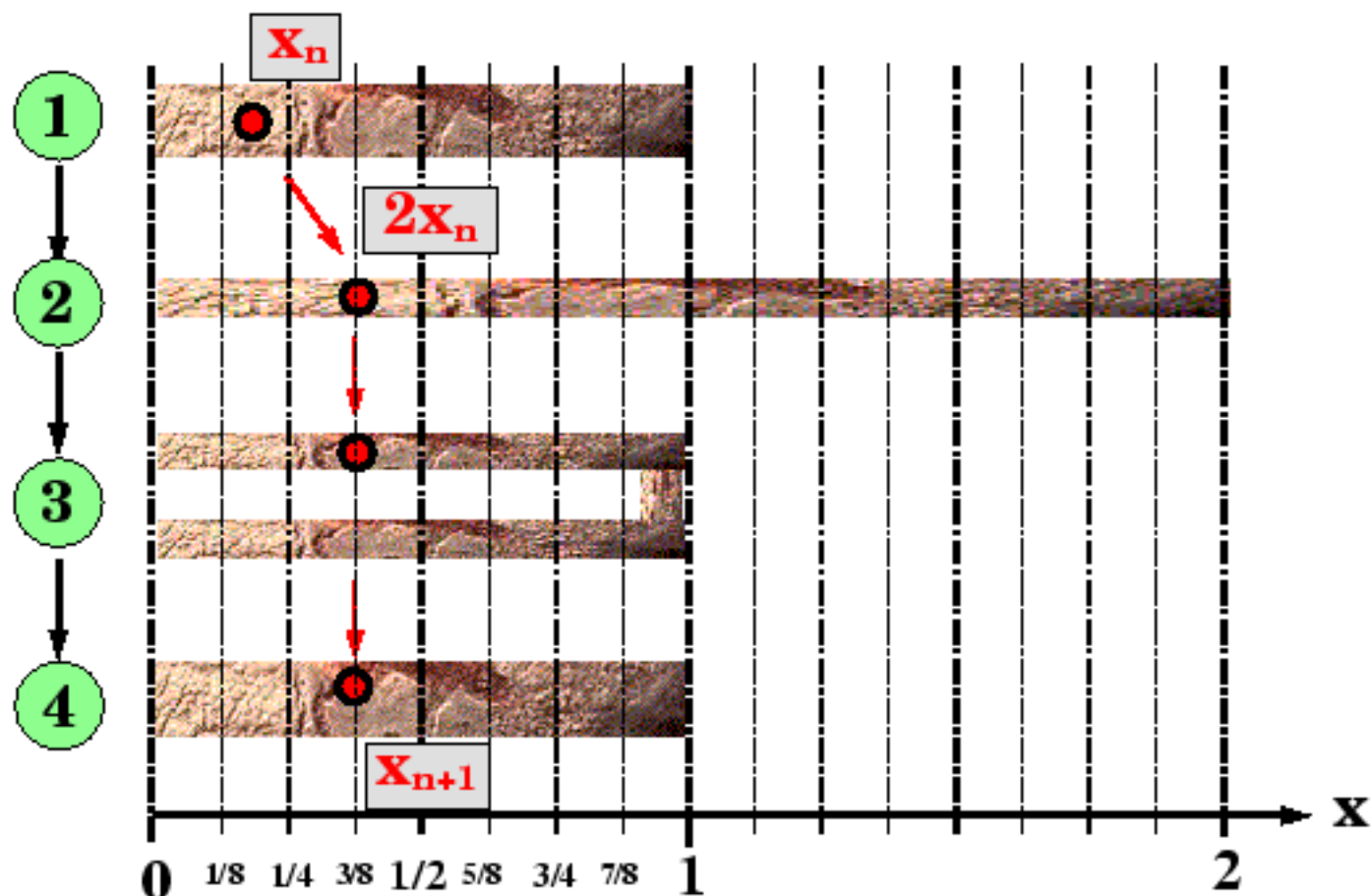
L'APPLICATION DU BOULANGER



Un modèle très simple
pour illustrer la sensibilité
aux conditions initiales
(et le pétrissement du pain)



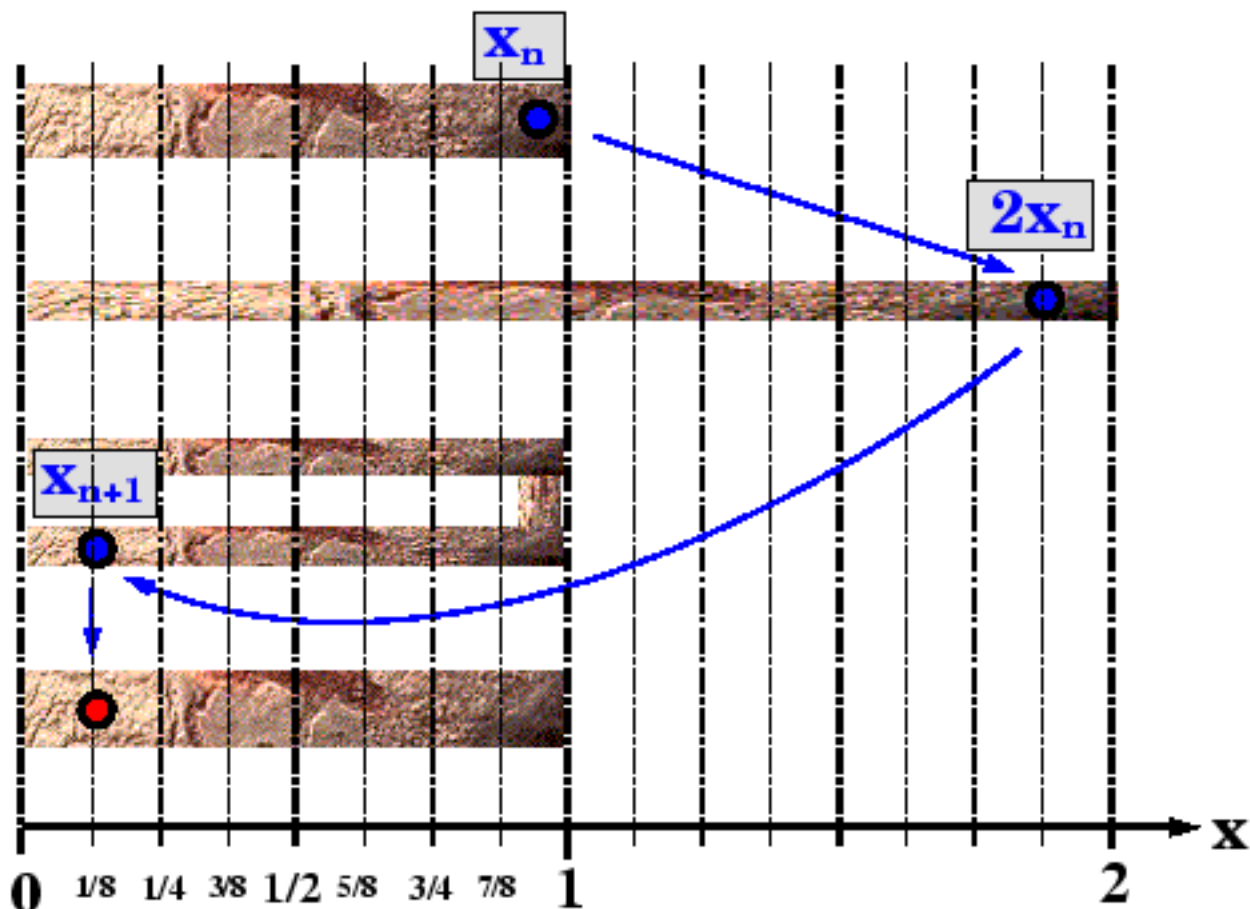
IMAGE D'UN POINT SITUÉ À GAUCHE



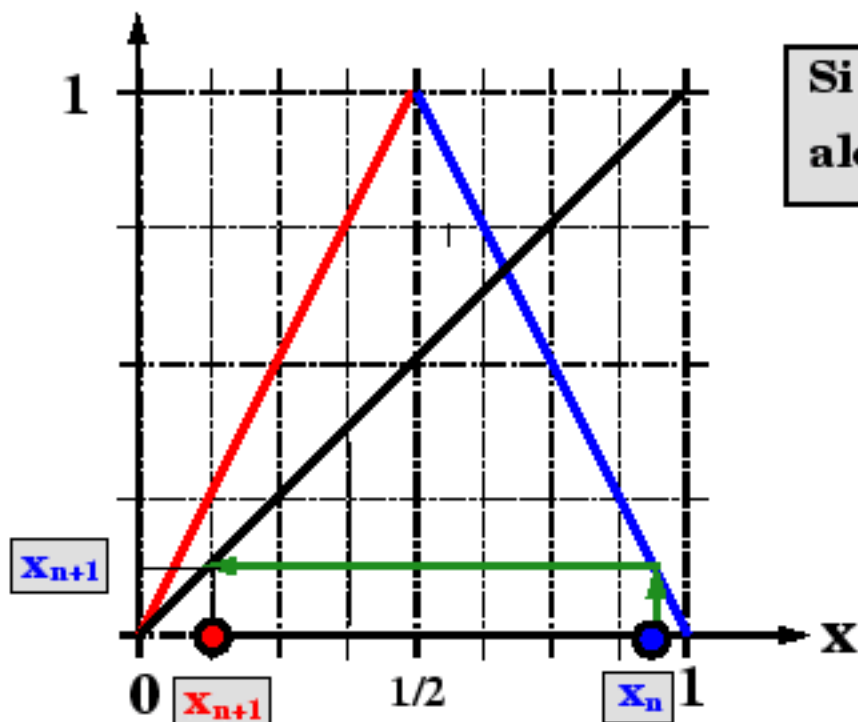
Si $X_n < 1/2$
alors $X_{n+1} = 2 X_n$



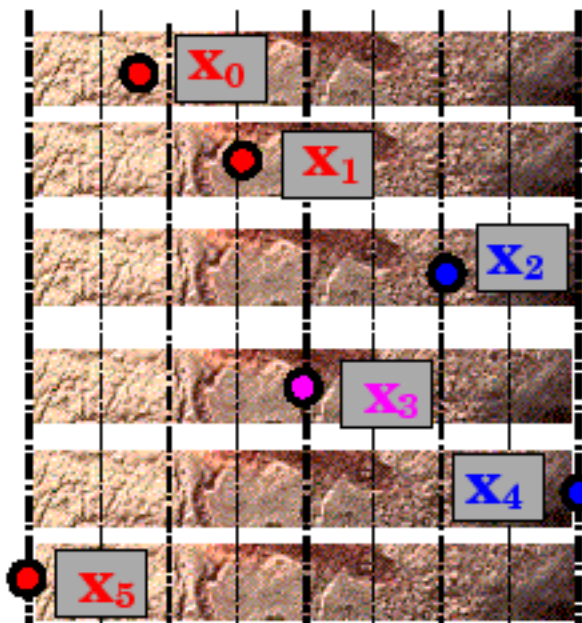
IMAGE D'UN POINT SITUÉ À DROITE



Si $X_n > 1/2$
alors $X_{n+1} = 2(1 - X_n)$



IMAGES SUCCESSIVES DE $X_0 = 3/16$



$$X_0 = 0,011000\dots$$

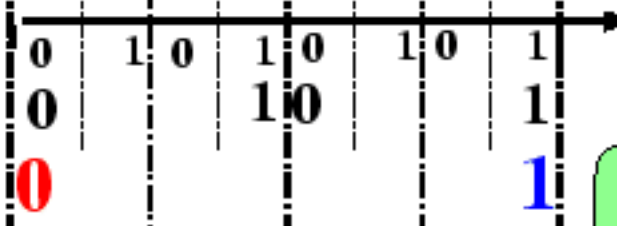
$$X_1 = 0,011000\dots$$

$$X_2 = 0,11000\dots$$

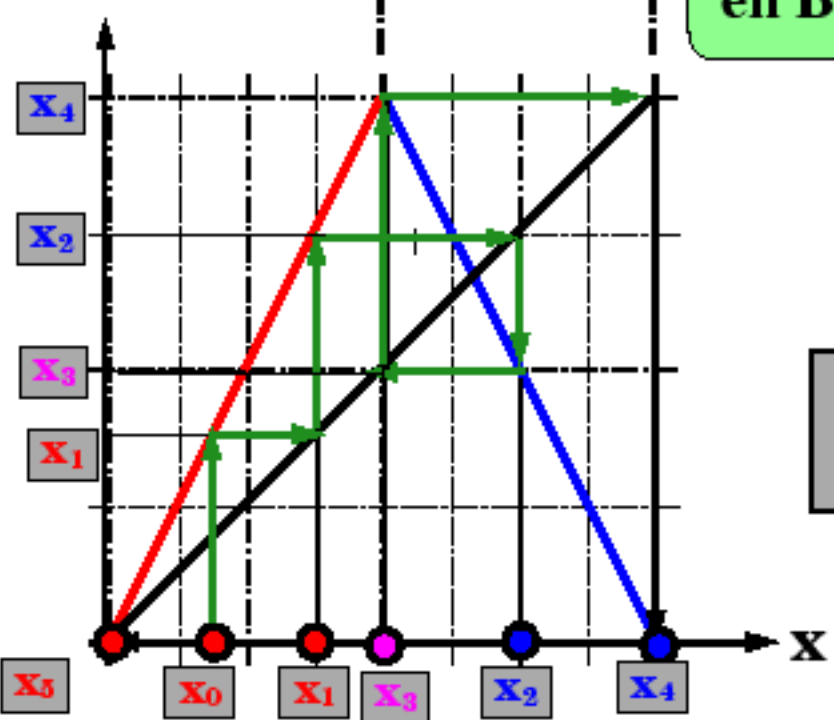
$$X_3 = 0,0111\dots$$

$$X_4 = 0,111\dots$$

$$X_5 = 0,00\dots$$



en Base 2 : $3/16 = 0,0011$
 en Base 10 : $3/16 = 0,1875$

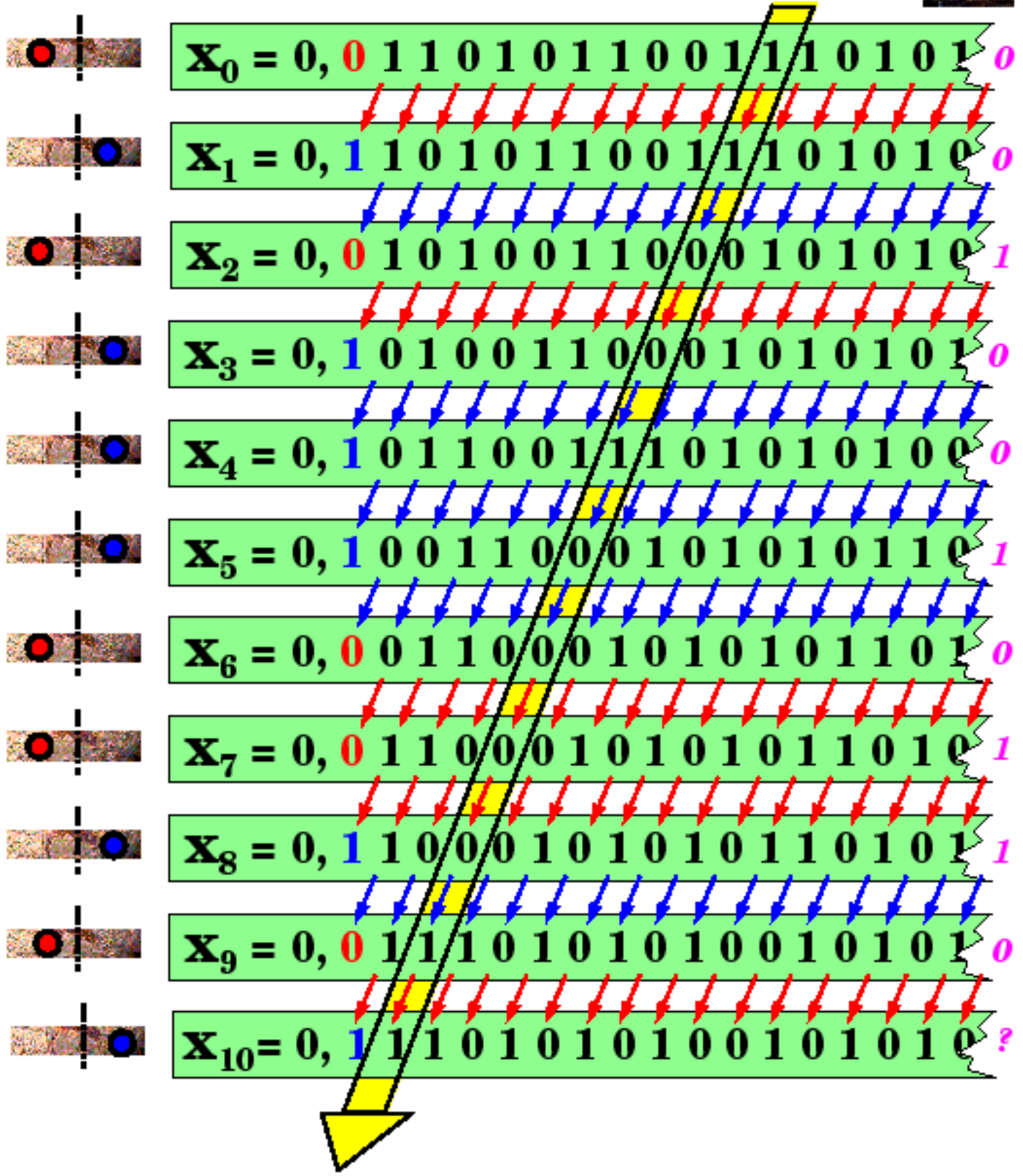


Si $X_n < 1/2$
 alors $X_{n+1} = 2 X_n$

Si $X_n > 1/2$
 alors $X_{n+1} = 2 (1 - X_n)$



COMPORTEMENT CHAOTIQUE



AMPLICATION D'UNE ERREUR

$$x_0 = 0,0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$x_1 = 0,1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$x_2 = 0,0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1$$

$$x_3 = 0,1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1$$

$$x_4 = 0,0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$x_5 = 0,0 \ 0$$

$$x_6 = 0,0$$

$$x_7 = 0$$

$$x_0 = 0,0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$$

$$x_1 = 0,1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$$

$$x_2 = 0,0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0$$

$$x_3 = 0,1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0$$

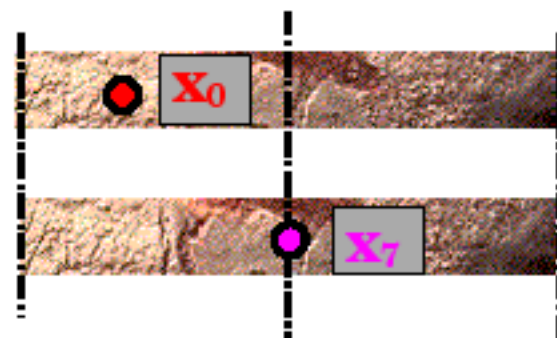
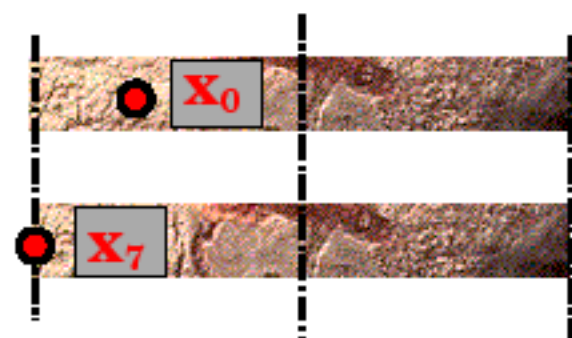
$$x_4 = 0,0 \ 0 \ 0 \ 1$$

$$x_5 = 0,0 \ 0 \ 1$$

$$x_6 = 0,0 \ 1$$

$$x_7 = 0,1$$

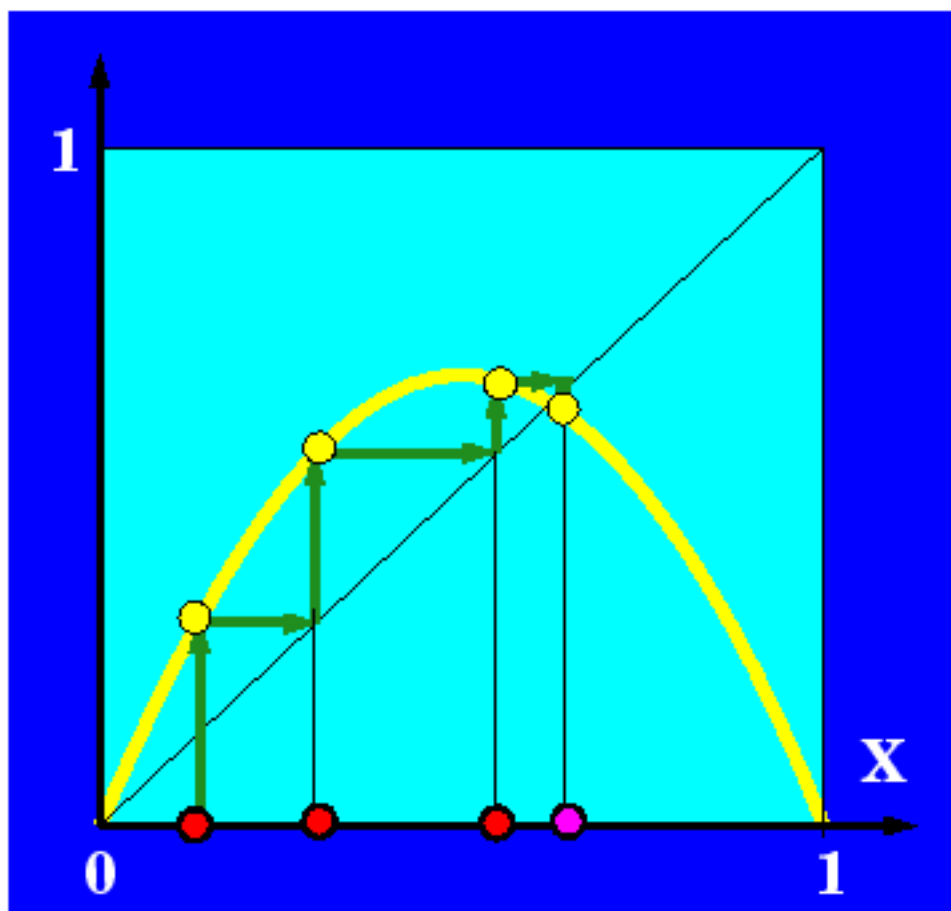
Erreur de $1/256$ devient $1/2$ au bout de 7 itérations



L'APPLICATION LOGISTIQUE

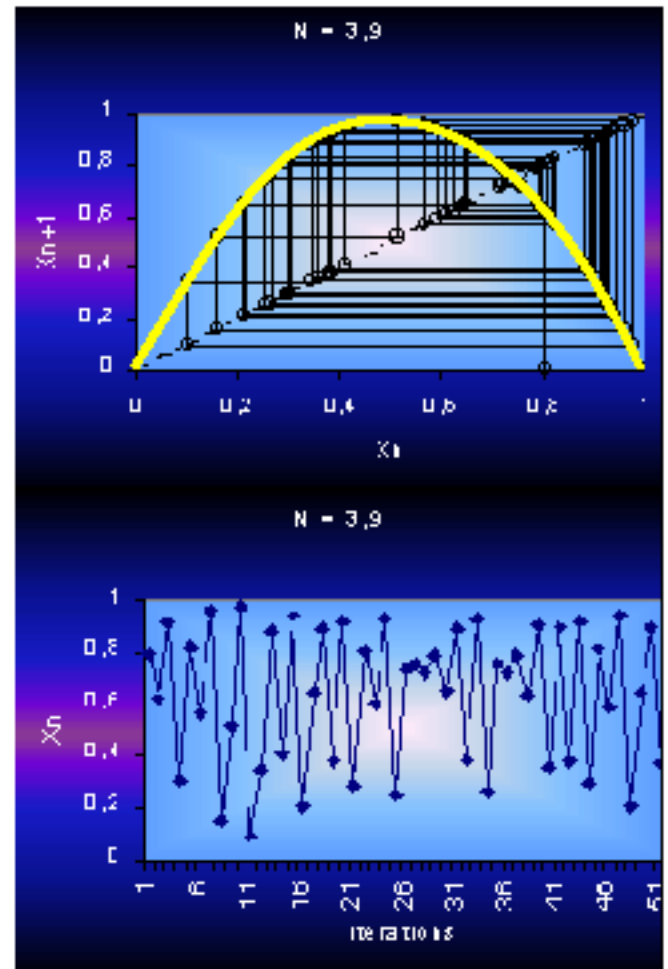
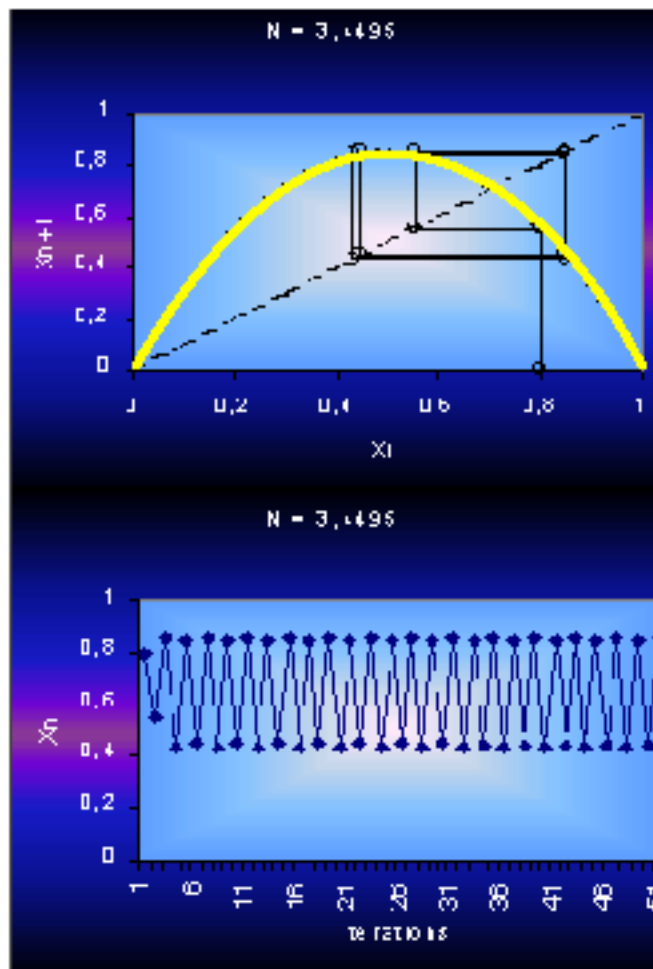
Modèle de croissance de populations

$$X_{n+1} = N X_n(1-X_n)$$



COMPORTEMENT CHAOTIQUE

$$X_{n+1} = N X_n(1 - X_n)$$



SENSIBILITÉ AUX CONDITIONS INITIALES

Choix de deux conditions initiales très proches :

$$X_{n+1} = N X_n(1 - X_n)$$

A $X_0 = 0,300000000$

B $X_0 = 0,300000001$

Ecart entre les deux itérations **A** et **B**

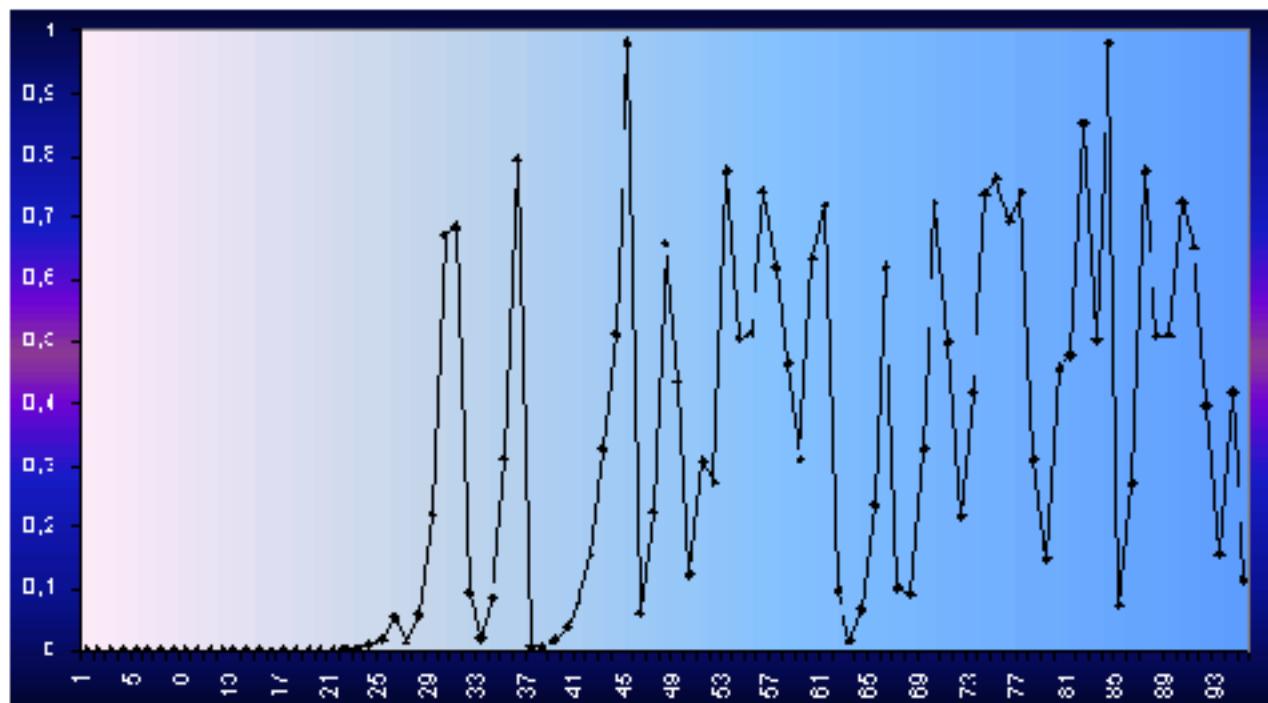
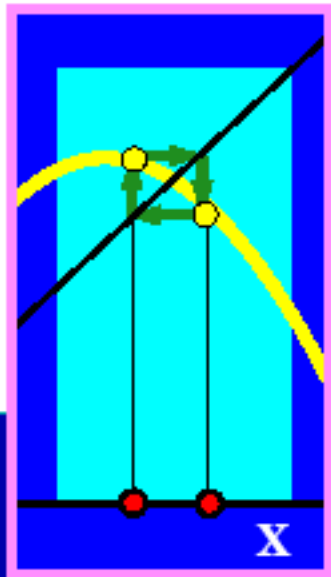
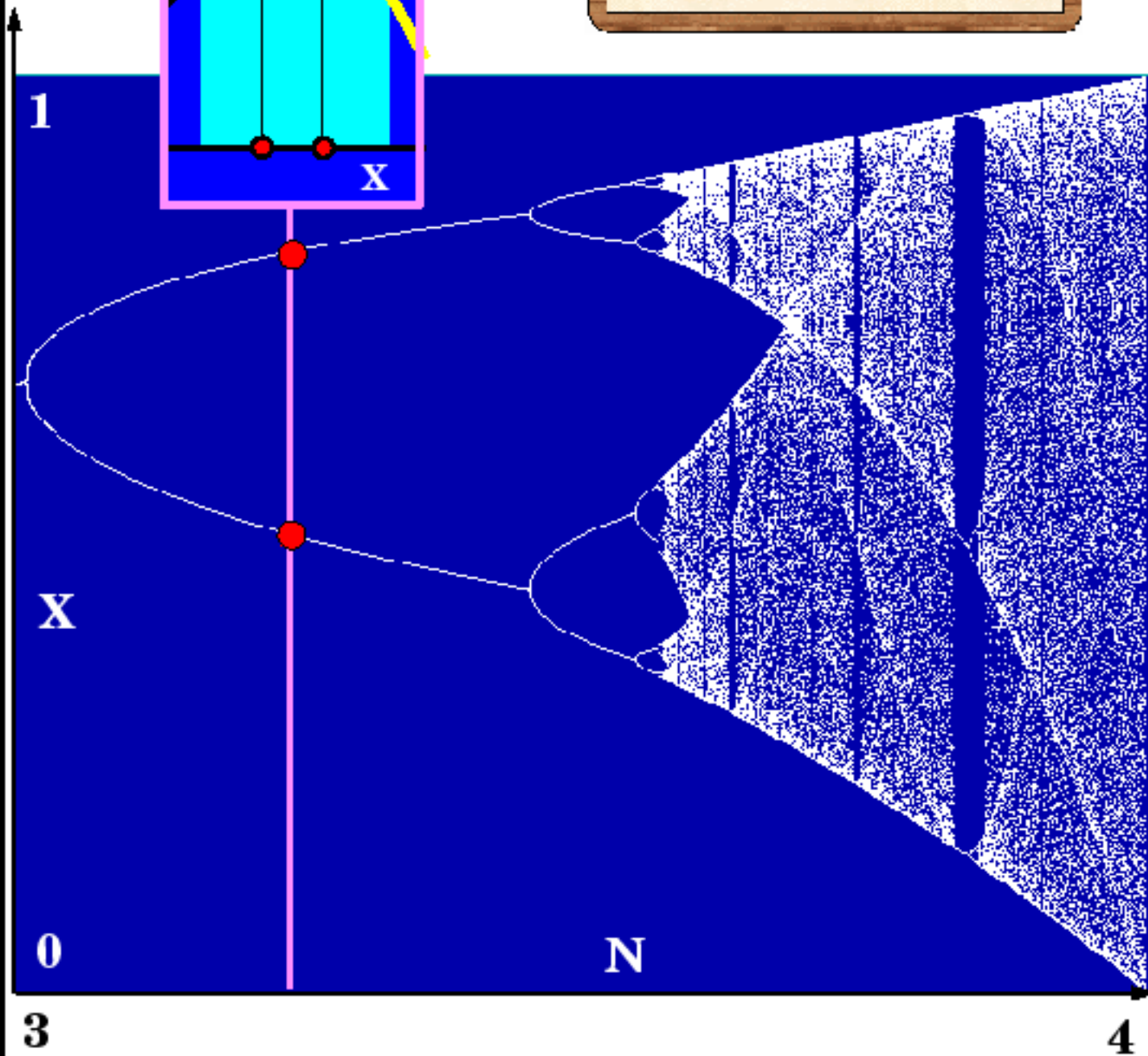


DIAGRAMME DE BIFURCATIONS



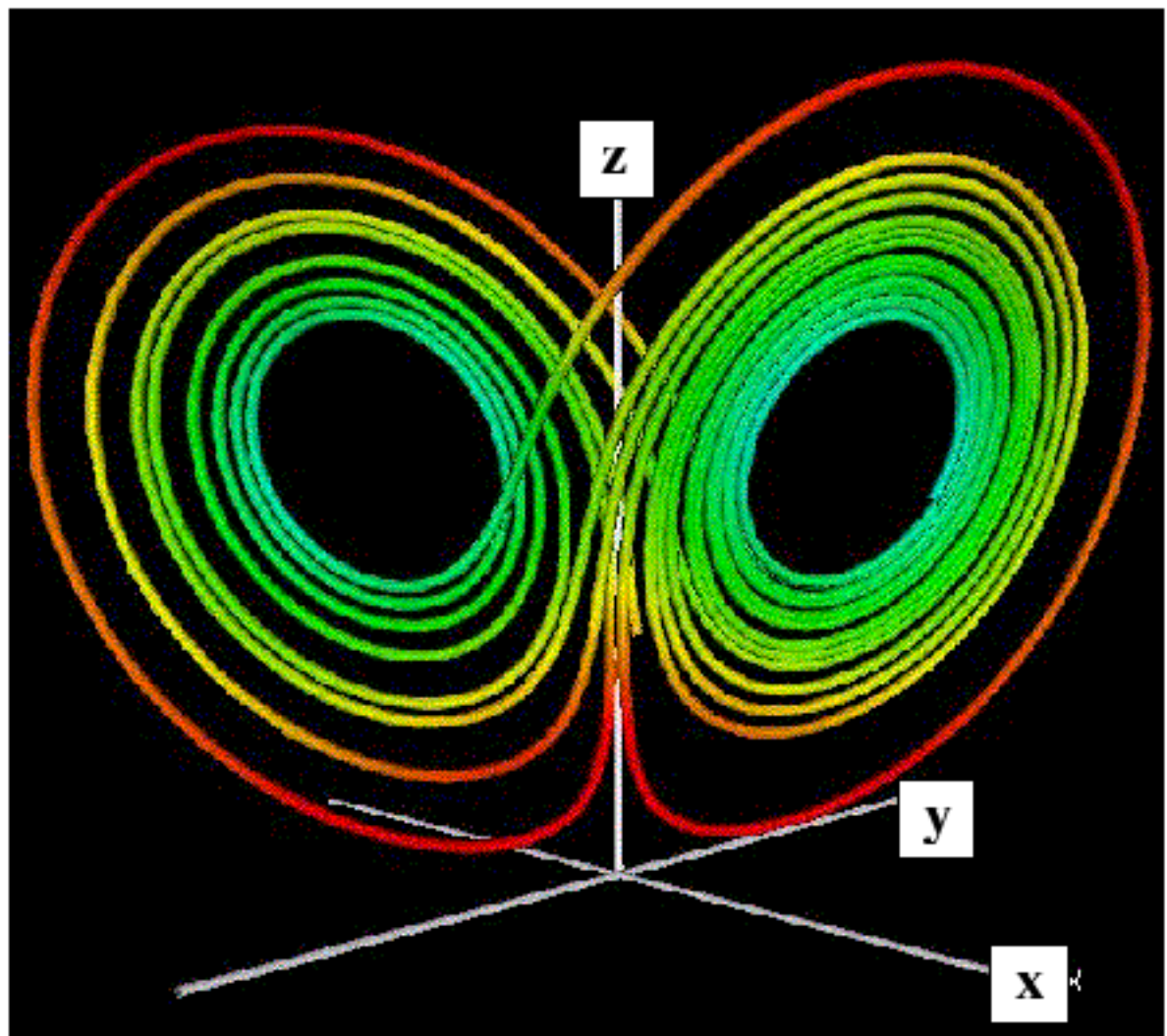
$$X_{n+1} = N X_n(1 - X_n)$$



LE MODÈLE DE LORENZ

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma (y - x) \\ \frac{dy}{dt} = r x - y - x z \\ \frac{dz}{dt} = -b z + x y \end{cases}$$

Un modèle très simplifié de l'atmosphère qui est chaotique et sensible aux conditions initiales

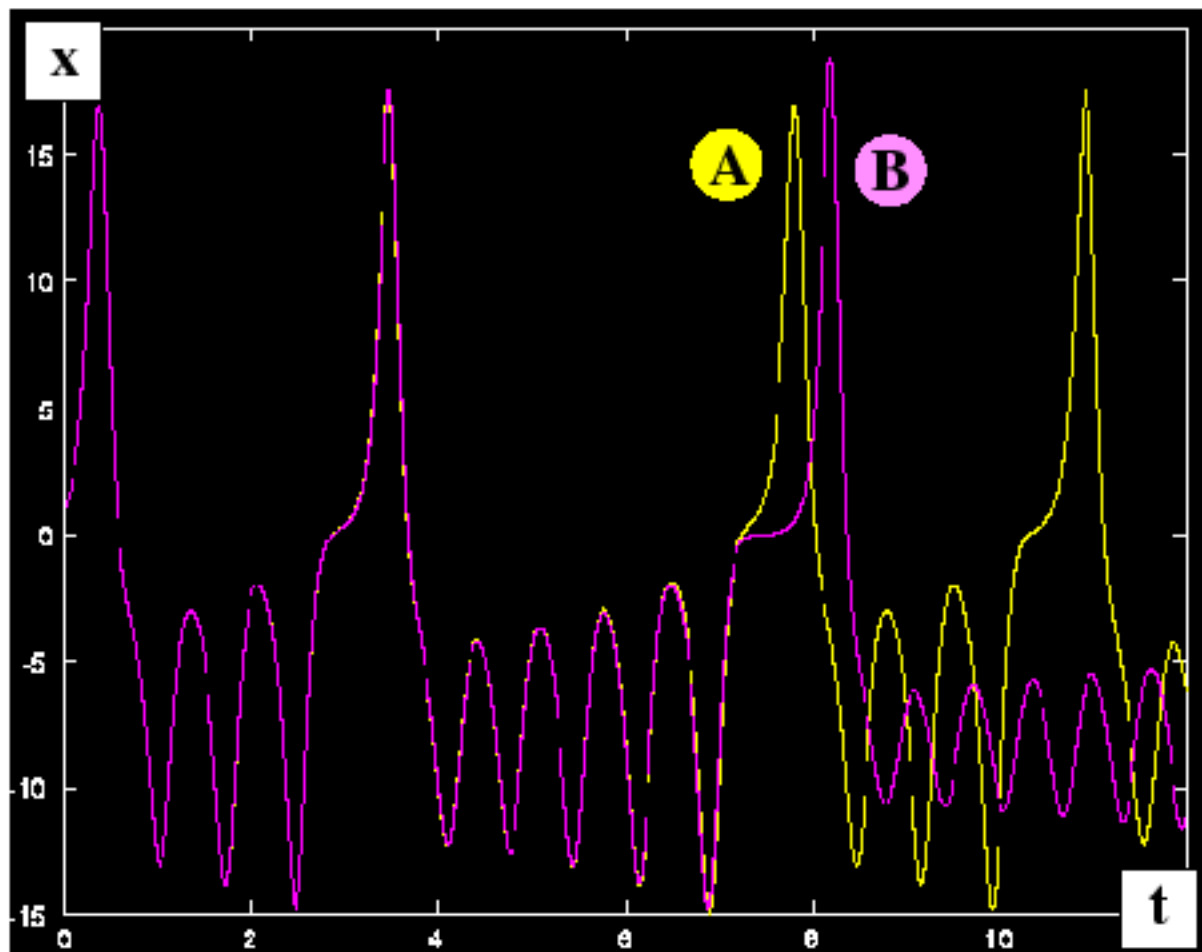
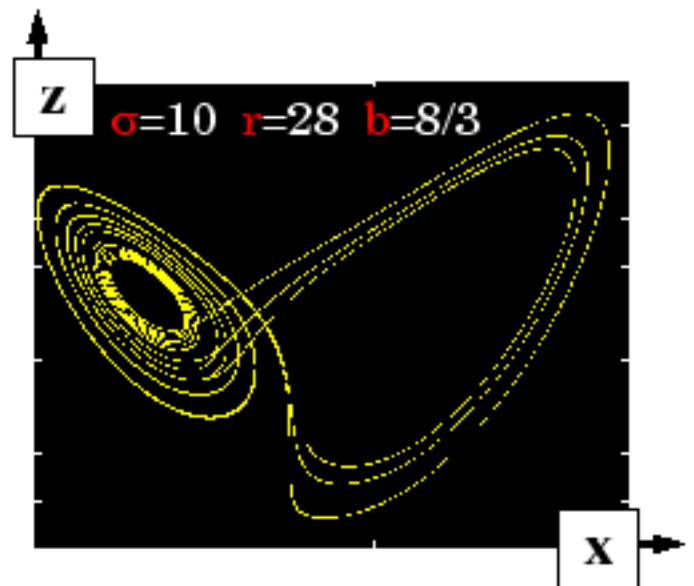


SENSIBILITÉ AUX CONDITIONS INITIALES

Choix de deux conditions initiales très proches :

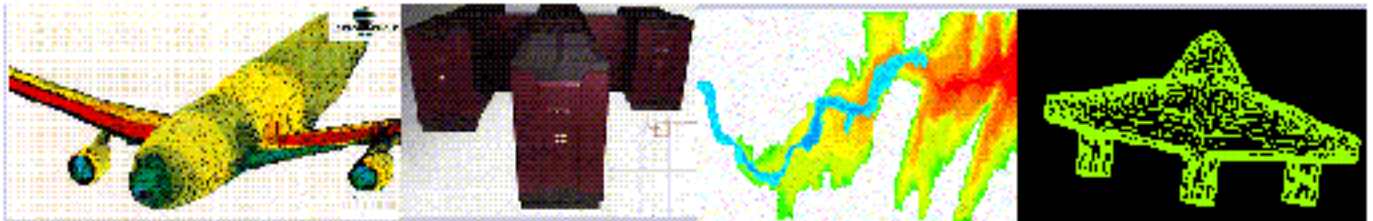
A $x=1 \quad y=2 \quad z=11,00$

B $x=1 \quad y=2 \quad z=11,05$

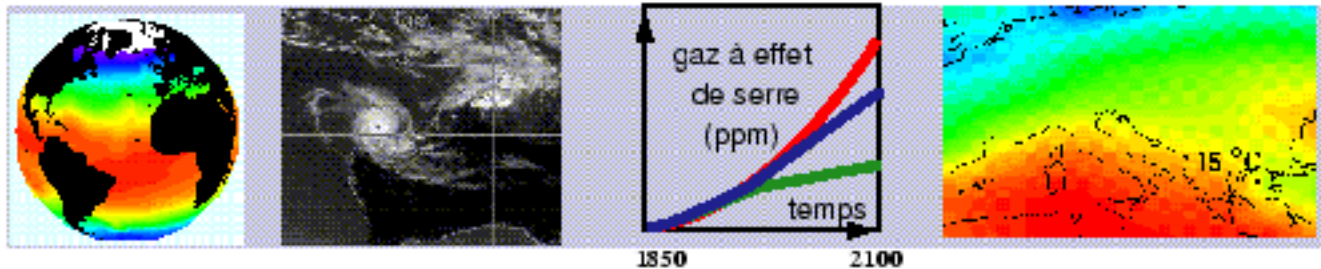


LES ORDINATEURS PEUVENT-ILS TOUT PRÉVOIR ?

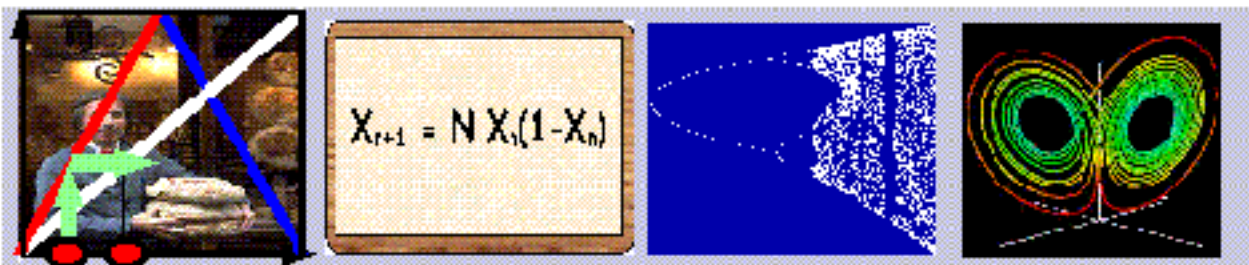
1. Exemples de simulations numériques



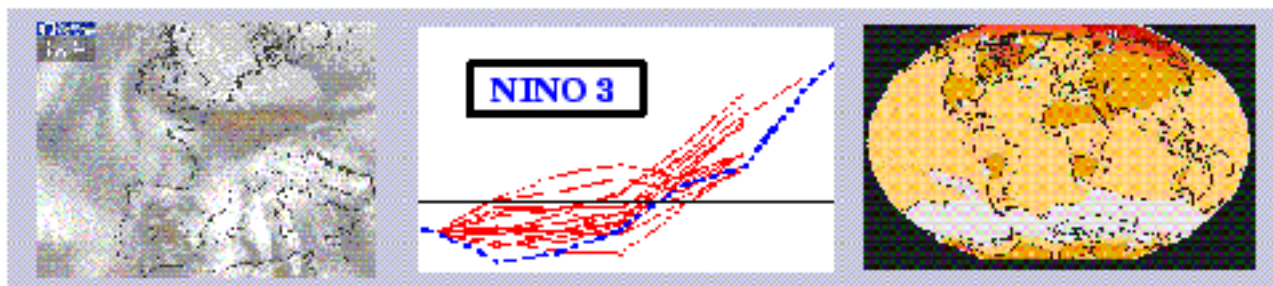
2. L'océan et l'atmosphère



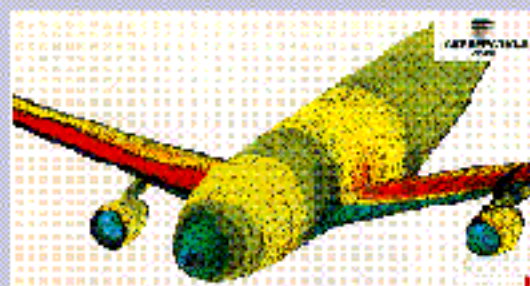
3. Systèmes dynamiques et chaos



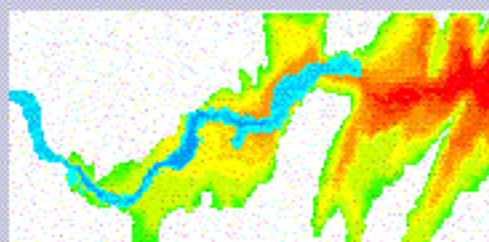
4. Que peuvent prévoir les ordinateurs ?



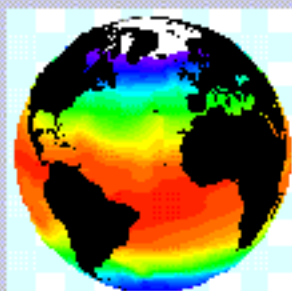
QUE PEUVENT PRÉVOIR LES ORDINATEURS ?



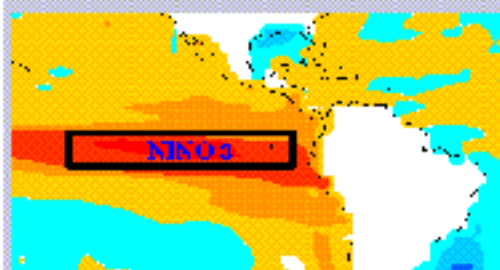
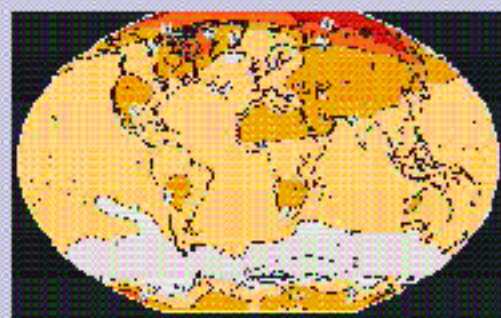
Des inondations



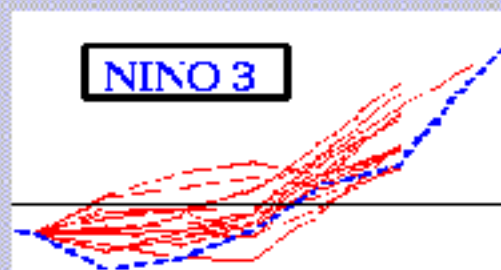
La traînée d'un avion



Le climat et son
réchauffement
à 100 ans



El Niño
à 6 mois



Le temps
à 10 jours

