

La Physique des Semiconducteurs

Hélène TAP

Institut National Polytechnique de Toulouse
Éditions des Ressources Pédagogiques Ouvertes de
Toulouse INP

Table des matières



Objectifs	4
I - Constantes usuelles	5
II - Chapitre 1 Le cristal de Silicium	7
1. I. Le cristal de silicium	7
2. II. Le Silicium dans la classification périodique	8
3. III. La structure cristallographique de type diamant	8
III - Chapitre 2 Le semiconducteur à l'équilibre thermodynamique	10
1. I. La structure d'un semiconducteur	11
1.1. I.1 Les niveaux d'énergie	11
1.2. I.2 Diagramme d'énergie d'un semiconducteur – métal - isolant	11
1.3. I.3 Notion d'électron et de trou	13
2. II. Peuplement des niveaux d'énergie du SC intrinsèque	14
2.1. Introduction	14
2.2. II.1 Répartition des porteurs sur les états quantiques, Niveau de FERMI	14
2.3. II.2 Calcul de la densité des porteurs dans les bandes permises. à l'équilibre thermodynamique	16
2.4. II.3 Densité Intrinsèque, position du niveau de Fermi	17
2.5. II.4 Stabilité de la densité intrinsèque des porteurs en fonction de la Température.	18
3. III. Le Matériau semi-conducteur Extrinsèque	20
3.1. III.1 Niveaux d'énergie introduits par les impuretés et les imperfections du cristal	20
3.2. III.2 Les impuretés de bord de bande. Notions de donneurs et accepteurs	21
3.3. III.3 Le dopage dans les SC – Déplacement du niveau de Fermi	23
3.4. III.4 Détermination de la loi de variation de la densité des porteurs en fonction de la température	26
3.5. III.5 Loi d'action de masse	28
IV - Chapitre 3 Le semiconducteur hors équilibre thermodynamique	30
1. I. Les courants dans les semiconducteurs	31
1.1. I.1 Le courant de conduction	31
1.2. II.2 Semiconducteur inhomogène: le courant de diffusion	34
1.3. I.3 Relation d'Einstein	35
2. II. Génération - recombinaison, durée de vie des porteurs	36
2.1. II.1 Notion de niveau d'injection	37
2.2. II.2 Notion de génération - recombinaison	37
2.3. II.3 Recombinaison directe électron - trou	38
2.4. II.4 Recombinaison par centre piège	39
3. III. Équations d'évolution	41
3.1. III.1 Équation de conservation des porteurs ou équation de continuité	41

3.2. III.2 Retour à l'équilibre d'un matériau excité	41
3.3. III.3 Longueur de diffusion	42
3.4. III.4 Bilan	43

Ressources annexes	44
---------------------------	-----------

Contenus annexes	45
-------------------------	-----------

Objectifs

Les circuits intégrés fonctionnent grâce à des semiconducteurs (très majoritairement le silicium), et représentent un condensé de science et de développement technologique de très haut niveau et, dans le même temps, un facteur de progrès socio-économique sans égal depuis la généralisation de l'électricité [1].

À l'issue de ce module vous saurez différencier un état cristallin d'un état amorphe et les différents types de cristaux. Vous connaîtrez la structure cristallographique du silicium et saurez calculer sa densité et sa masse volumique. Si besoin ou intérêt, divers liens vous permettent de vous mettre à niveau en cristallographie pour mieux comprendre le vocabulaire employé et les calculs effectués.

Vous saurez différencier un semiconducteur d'un conducteur ou d'un isolant et saurez comment lui conférer (et/ou) calculer ses propriétés électroniques. Si besoin ou intérêt, des liens vous permettent de vous mettre à niveau en atomistique notamment pour comprendre le vocabulaire employé et les diagrammes réalisés.

Enfin, vous saurez établir les différents courants dans les semiconducteurs, évaluer leurs réactions à diverses excitations (chaleur, rayonnement électromagnétique ou champ électrique) et calculer le temps nécessaire au retour à l'équilibre.

À l'issue de ces 3 premiers modules, vous serez prêts pour aborder le fonctionnement de tous les composants électroniques : pour l'essentiel d'entre eux basés sur une ou plusieurs jonctions PN ou sur une structure de type Métal/Oxyde/Semiconducteur (MOS).

[1] Sur l'évolution du secteur des semi-conducteurs et ses liens avec les micro et nanotechnologies, Rapport de l'OPECST n° 138 (2002-2003) de M. Claude SAUNIER, fait au nom de l'Office parlementaire d'évaluation des choix scient. tech., déposé le 22 janvier 2003

Constantes usuales



Constantes usuelles	Valeurs
Masse atomique du silicium	28,08 g.mol ⁻¹
Paramètre cristallin du silicium	5,43 10 ⁻⁸ cm
Constante diélectrique du silicium	1 pF.cm ⁻¹
Vitesse de la lumière dans le vide = c	3. 10 ¹⁰ cm.s ⁻¹
Densité du silicium	5.10 ²² cm ⁻³
Masse volumique du silicium	2,33 g.cm ⁻³
Constante de Planck = h	6,62.10 ⁻³⁴ m ² .kg.s ⁻¹ = 4,14.10 ⁻¹⁵ eV.s
Largeur du bandgap = E _g	<ul style="list-style-type: none"> - 0,67 eV pour le Germanium (Ge) - 1,12 eV pour le Silicium (Si) - 1,40 eV pour l'Arséniure de Gallium (As Ga) - 6,00 eV pour le Diamant (C)
Constante de Boltzmann = k	8,619 10 ⁻⁵ eV/K
Masse effective de l'électron = m _C	0,62 m ₀ avec m ₀ = 9,1 10 ⁻²⁸ g
Masse effective du trou = m _V	1,05 m ₀ avec m ₀ = 9,1 10 ⁻²⁸ g
N = densité d'états dans les bandes permises ≈ N _C ≈ N _V	≈ 2,7 10 ¹⁹ (T/300) ^{3/2} cm ⁻³ soit 2,7 10 ¹⁹ cm ⁻³ à 300 K
Densité intrinsèque = n _i	<ul style="list-style-type: none"> - 2,5 10¹³ cm⁻³ pour le Germanium (Ge) - 1,6 10¹⁰ cm⁻³ pour le Silicium (Si) - 1,1 10⁷ cm⁻³ Arséniure de Gallium (As Ga)
Vitesse thermique des porteurs dans le silicium = v _{th}	10 ⁷ cm.s ⁻¹
Charge de l'électron = q	1,6.10 ⁻¹⁹ C
Tension thermodynamique = U _T	26 mV à 300 K
Durée de vie des porteurs dans le silicium = τ	1μs pour un dopage de 10 ¹⁶ cm ⁻³

Chapitre 1 Le cristal de Silicium

II

1. I. Le cristal de silicium

Il existe 2 types d'état solide :

- **L'état amorphe** : Arrangement aléatoire d'atomes. Cet état ne diffère de l'état liquide que par le taux de viscosité.
- **L'état cristallin** (*cf. p.45*) : Arrangement périodique et compact d'atomes.

4 types de cristaux :

- **Les cristaux ioniques** : Association d'1 ion très électronégatif avec 1 ion très électropositif. Liaison covalente très forte. Ex: NaCl, LiF, KBr,...
- **Les métaux** : Ions électropositifs. Des électrons sont libérés dans le cristal pour garantir la neutralité. Ce sont donc des conducteurs.
- **Les cristaux moléculaires** : L'unité de base est la molécule.
- **Les cristaux covalents** : Ils appartiennent à la **colonne IV** de la classification périodique. Ils possèdent 4 électrons périphériques mis en commun avec 4 voisins. Énergie de liaison variable. Il y a donc des **isolants** et des **conducteurs** en passant par des **semiconducteurs**.

2. II. Le Silicium dans la classification périodique

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1 H 1,0080							2 He 4,003
3 Li 6,940	4 Be 9,013	5 B 10,82	6 C 12,011	7 N 14,008	8 O 16,0000	9 F 19,00	10 Ne 20,183
11 Na 22,991	12 Mg 24,32	13 Al 26,98	14 Si 28,09	15 P 30,975	16 S 32,066	17 Cl 35,457	18 Ar 39,944
19 K 39,100	20 Ca 40,08	21 Sc 44,96	22 Ti 47,90	23 V 50,95	24 Cr 52,01	25 Mn 54,94	26 Fe 55,85
29 Cu 63,54	30 Zn 65,38	31 Ga 69,72	32 Ge 72,60	33 As 74,92	34 Se 78,96	35 Br 79,916	36 Kr 83,80
37 Rb 85,46	38 Sr 87,63	39 Y 88,91	40 Zr 91,22	41 Nb 92,91	42 Mo 95,95	(99)	43 Tc 101,1
47 Ag 107,886	48 Cd 112,41	49 In 114,82	50 Sn 118,70	51 Sb 121,76	52 Te 127,61	53 I 126,91	54 Xe 131,30
55 Cs 132,91	56 Ba 137,36	57 La 138,92	58 Ce 140,12	59 Pr 140,91	60 Nd 144,24	61 Pm [145]	62 Sm 150,36
79 Au 197,0	80 Hg 200,61	81 Tl 204,39	82 Pb 207,2	83 Bi 208,98	84 Po [209]	85 At [210]	86 Rn [222]
87 Fr [223]	88 Ra [226]	89 Ac [227]**					

composés semi-conducteurs III-V
composés semi-conducteurs II-VI

métaux semi-conducteurs (Si-Ge) halogènes gaz rares

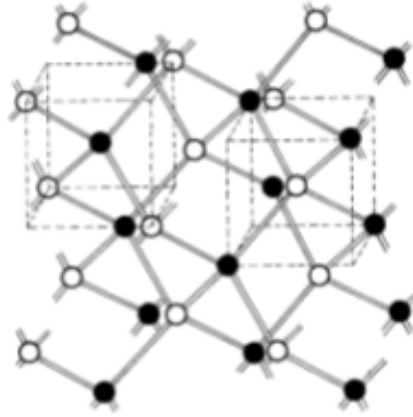
Classification périodique des éléments

Le silicium est le 14ème élément de la classification périodique. Cela signifie qu'il possède 14 électrons.

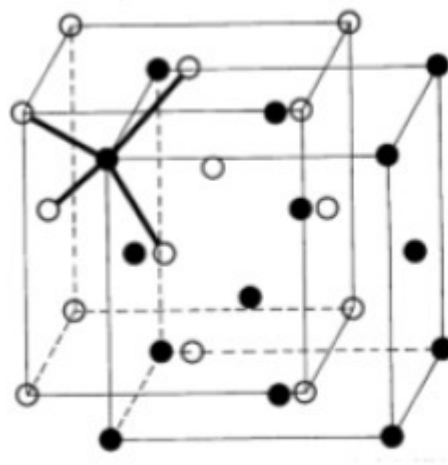
- Il appartient à la colonne IV, ce qui signifie qu'il a 4 électrons sur sa couche périphérique ou couche de valence.
- Le Silicium cristallise sous forme de *diamant* (cf. p.49) = 2 réseaux Cubiques à Faces Centrées (cf. p.48) (CFC) décalés du $\frac{1}{4}$ de la diagonale principale du cube.
- Dans le cristal, chaque atome d'1 CFC engage ses 4 électrons périphériques avec 4 atomes d'1 autre CFC (on voit sur les figures

ci-après que les 4 plus proches voisins d'1 atome sont d'une autre couleur).

3. III. La structure cristallographique de type diamant



Une représentation de la structure de type diamant : elle est constituée de 2 CFC décalés du quart de la diagonale principale du cube



Une autre représentation de la structure de type diamant Informations

Le silicium a une densité de $5.10^{22} \text{ cm}^{-3}$ (cf. p.49)

Sa masse volumique est de $2,33 \text{ g.cm}^{-3}$ (cf. p.44)

1. I. La structure d'un semiconducteur

1.1. I.1 Les niveaux d'énergie

Théorie des quanta (Max Planck) :

L'énergie ne peut pas être échangée de manière continue mais par multiples entiers d'une quantité minimale d'énergie : **le quantum énergétique**.

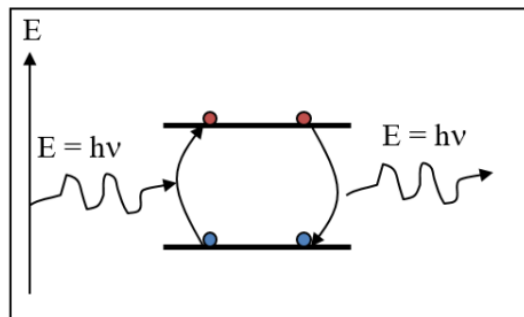
Modèle de Bohr (Niels Bohr) :

L'énergie d'un électron est quantifiée, c'est à dire qu'elle ne peut prendre que certaines valeurs déterminées appelées également "**niveaux d'énergie**". (cf. p.49)

La valeur nulle de l'énergie correspond à l'état ionisé (électron sorti du champ d'attraction du noyau). Donc les autres états de l'électron (couches) correspondent à des valeurs d'énergie négatives. En l'absence d'apport d'énergie extérieure, les électrons se trouvent sur les niveaux d'énergie les plus bas possibles. L'atome est alors au **niveau fondamental**. Sinon, il est dans un **état excité**.

Influence d'un apport d'énergie sur un atome :

Les changements d'énergie d'un électron ne peuvent s'effectuer que par sauts discontinus d'un niveau à l'autre. Ce sont des **transitions énergétiques**. L'absorption d'énergie par un atome se traduit par le passage de certains électrons à des états énergétiques plus élevés normalement inoccupés. On dit alors que l'atome est excité. Lors du retour à l'équilibre, l'énergie libérée apparaît sous forme de **rayonnement électromagnétique** de longueur d'onde λ définie par :



$$E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Apport ou perte d'énergie d'un électron sous forme de rayonnement

avec h = constante de Planck = $6,62 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$

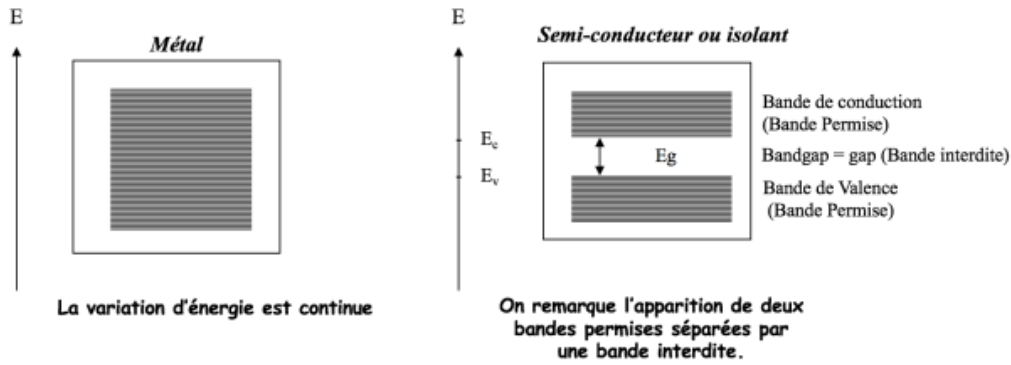
1.2. I.2 Diagramme d'énergie d'un semiconducteur – métal - isolant

◆ Rappel

Rappel sur la définition d'un *diagramme d'énergie*. (cf. p.51)

Structure de bandes

La différence entre un métal, un semiconducteur et un isolant tient essentiellement à la *structure de bandes* (cf. p.52) de la couche externe :



La figure précédente montre que le métal possède une structure de bande continue au niveau de la couche externe. De ce fait, le moindre apport d'énergie permet de faire passer des porteurs sur des niveaux directement supérieurs (état excité). L'application d'un champ électrique leur permettra de se déplacer créant ainsi un courant électrique.

La présence d'une **bande interdite** dans le diagramme d'énergie signifie qu'il faut communiquer aux **électrons de valence** une énergie supérieure à la largeur de la **bande interdite** pour les faire passer dans un état excité (les places possibles se situant dans la **bande de conduction**). Ils pourront alors, comme dans le cas du métal, participer à des phénomènes de conduction.

⚠ Attention

Il existe donc un seuil d'énergie au dessous duquel le matériau se comporte comme un isolant. Ce seuil correspond à une certaine valeur de la largeur du "Gap" E_g :

☞ Exemple : Ainsi à 300 K les valeurs de E_g sont :

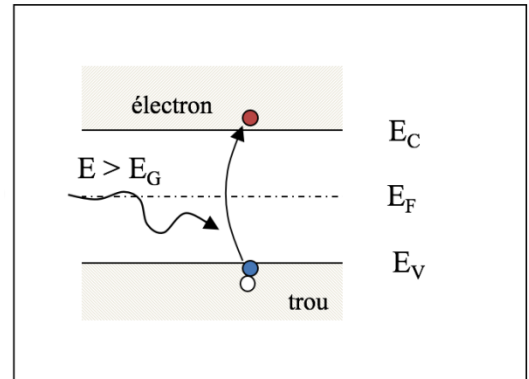
Germanium	(Ge)	0,67 eV	}	Semi-conducteurs
Silicium	(Si)	1,12 eV		
Arséniure de Gallium	(As Ga)	1,40 eV		
Diamant		6,00 eV		Isolant

⚠ Attention

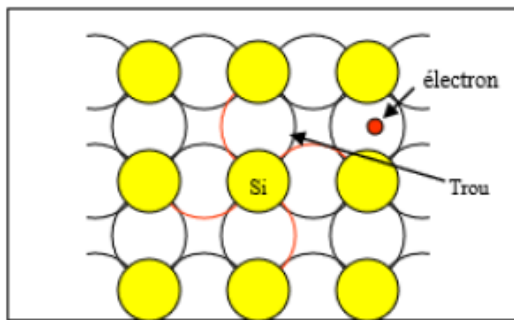
Dans le cas des isolants, l'énergie nécessaire pour faire passer un électron dans un état excité est supérieure à celle assurant la cohésion du cristal. De ce fait, il y aura destruction du matériau avant que de pouvoir générer des électrons libres.

1.3. I.3 Notion d'électron et de trou

Si la notion d'électron est bien connue, celle de **trou** est spécifique des matériaux présentant une **structure de bandes telle que celle des semiconducteurs** (alternance de bandes permises et interdites). Supposons en effet que l'on apporte au matériau une énergie $E > E_G$. La radiation va échanger son énergie avec le matériau et permettre de **faire passer un électron de la bande de valence vers la bande de conduction**. Ce départ va donner naissance à un « **trou** » dans la bande de valence.



Notion d'électron et de trou



Dans le cas d'un semiconducteur, l'apport d'énergie peut donc, en satisfaisant la condition définie ci dessus, casser une liaison faisant ainsi apparaître **une liaison manquante (trou)** et **un électron libre (électron)**. Ces deux entités vont pouvoir, sous l'action d'une force extérieure (champ électrique), se déplacer donnant naissance à **des courants électriques**. Ces charges étant de **type opposé** et se déplaçant **en sens contraire** donnent naissance à **des courants additifs**.

2. II. Peuplement des niveaux d'énergie du SC intrinsèque

2.1. Introduction

Par matériau intrinsèque on entend un matériau idéal, dépourvu de toute impureté et dont la structure cristalline est parfaite.

Définition

La caractéristique principale d'un SC intrinsèque est que le nombre d'électrons libres qu'il comporte est égal au nombre de trous soit : $\bar{n} = \bar{p}$

\bar{n} = Densité d'électrons à l'équilibre thermodynamique

\bar{p} = Densité de trous à l'équilibre thermodynamique

n = Densité d'électrons hors équilibre thermodynamique

p = Densité de trous hors équilibre thermodynamique

2.2. II.1 Répartition des porteurs sur les états quantiques, Niveau de FERMI

Fondamental

Les répartitions des porteurs dans les bandes d'énergie répondent à des *lois statistiques* (cf. p.53).

Ainsi, la répartition des **électrons** sur les niveaux d'énergie suit la **statistique de FERMI-DIRAC** :

La probabilité de présence d'un électron sur un niveau énergétique E sera notée $f_n(E)$

Elle est donnée par la formule :

$$f_n(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

k = constante de Boltzmann.

Cette expression fait apparaître un niveau énergétique E_F qui correspond à **une probabilité de présence égale à 1/2** :

$$f_n(E_f) = \frac{1}{2}$$

Ce niveau correspond, au zéro absolu, à la séparation entre les niveaux vides et les niveaux pleins. On parle parfois « **d'énergie moyenne** » ou de « **taux moyen de remplissage** » ou plus souvent de **niveau de FERMI**.

Si on trace la fonction correspondante, on obtient :

Pour une température égale à 0K (en noir sur la figure)

Pour une température T_1 (en rouge sur la figure)

Pour $T_2 > T_1$ (en bleu sur la figure)

On pourra remarquer que, quelle que soit la température :

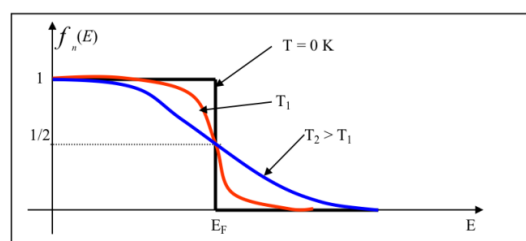


Illustration niveau de FERMI

$$f_n(E_f) = \frac{1}{2}$$

Dans le cas de matériaux semi-conducteurs, on peut assurer que le **niveau de FERMII** se trouve dans la **bande interdite**. En effet, **au zéro degré absolu, la bande de valence est pleine et la bande de conduction vide**.

$$\left. \begin{array}{l} f_n(E_C)=0 \\ f_n(E_V)=1 \end{array} \right\} \Rightarrow E_V < E_F < E_C$$

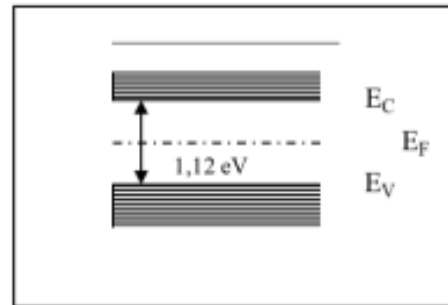
En considérant que le **niveau de FERMII** est situé au milieu de la bande interdite, ce que nous justifierons plus loin, on peut calculer la probabilité de présence d'un électron sur le niveau EC pour différentes températures.

☞ *Exemple : Exemple du Silicium :*

$E_g = 1,12 \text{ eV}$

$k = 8,619 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$

$$f_n(E_C) = \left\{ \begin{array}{ll} 5,35 \cdot 10^{-36} & \text{à } 80 \text{ K} \\ 3,92 \cdot 10^{-10} & \text{à } 300 \text{ K} \\ 5,36 \cdot 10^{-7} & \text{à } 450 \text{ K} \end{array} \right.$$



Ces probabilités de présence sont donc très faibles et varient énormément en fonction de la température.

☞ *Remarque*

Le calcul précédent amène à une conclusion très intéressante; on peut remarquer que, quelle que soit la température, le terme $\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)$ est toujours très grand devant 1.

On peut donc simplifier la fonction probabilité de présence qui devient :

$$f_n(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} \xrightarrow{E \gg E_F} \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right)$$

pour $E \gg E_F$

Fondamental

La statistique de FERMI-DIRAC se ramène donc, pour $E > E_F$, à la statistique dite de BOLTZMANN (statistique des gaz parfaits). Ce sera vrai pour tous les Semi-conducteurs que l'on pourra assimiler à des gaz parfaits de ce point de vue.

On a de même, pour $E \ll E_F$

$$f_n(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} \xrightarrow{E \ll E_F} \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right)$$

2.3. II.2 Calcul de la densité des porteurs dans les bandes permises. à l'équilibre thermodynamique

L'existence d'un porteur, dans un matériau, doit satisfaire simultanément deux contraintes :

- probabilité de présence non nulle,
- nombre d'états possibles non nul.



Si nous nous plaçons dans la bande de conduction, nous pouvons écrire, autour d'une énergie E :

$$\frac{d\bar{n}}{dE} = n(E) \cdot f_n(E)$$

$n(E)$ représentant la fonction densité d'états.

Le nombre d'électrons s'en déduit par une intégration sur la bande de conduction.

$$\bar{n} = \int_{E_c} d\bar{n} = \int_{E_c} n(E) \cdot f_n(E) dE$$

Le résultat, issu d'un calcul compliqué [cf. dens.pdf], s'écrit :

$$\bar{n} = \frac{2}{h^3} \cdot (2\pi mkT)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

Remarque

On peut remarquer que cette expression fait apparaître deux termes :

$\exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right)$ qui est la probabilité de présence d'un électron sur le niveau $f_n(E_C)$

$N_C = \frac{2}{h^3} \cdot (2\pi mkT)^{3/2}$ qui est la densité d'états sur le niveau E_C

Tout se passe comme si la bande de conduction se ramenait à un seul niveau énergétique d'énergie E_C possédant N_C états possibles.

On obtient un résultat analogue pour les trous en changeant $E_C - E_F$ par $E_F - E_V$.

Ces relations sont toutefois des relations approchées mais qui sont bien suffisantes pour décrire le comportement des dispositifs à semi-conducteurs. En toute rigueur, la masse affectée aux particules n'est pas leur masse au repos ($m_0 = 9,1 \cdot 10^{-28}$ g), mais leur masse en mouvement appelée « masse effective ».

Cette dernière, qui résulte d'un calcul compliqué, est fonction de l'énergie de la particule c'est à dire de sa position dans la bande.

Les valeurs moyennes couramment admises sont :

$m_c = 0,62 m_0$ pour les électrons,

$m_v = 1,05 m_0$ pour les trous.

Dans la majorité des cas et sauf indication contraire, nous prendrons $m_c = m_v = m_0$. On en déduit une densité d'états qui vaut :

$$N = N_C = N_V = 2,7 \cdot 10^{19} \cdot (T)^{3/2} \text{ cm}^3 \text{ soit } 2,7 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3} \text{ à } 300 \text{ K}$$

2.4. II.3 Densité Intrinsèque, position du niveau de Fermi

Compte tenu du calcul précédent, nous avons montré que les densités de porteurs s'écrivaient :

$$\bar{n} = \frac{2}{h^3} \cdot (2\pi mkT)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

Définition

soit $\bar{n} = N_C \cdot \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$

et $\bar{p} = \frac{2}{h^3} \cdot (2\pi mkT)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right)$

Définition

soit $\bar{p} = N_V \cdot \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right)$

avec $N_C \approx N_V \approx N$

Le produit de ces deux densités possède une propriété très intéressante : On peut en effet remarquer qu'il est indépendant de la position du niveau de Fermi.

C'est une **constante** à température donnée.

Définition

C'est la loi d'action de masse :

$$\bar{n} \cdot \bar{p} = \left(\frac{2}{h^3} \cdot (2\pi mkT)^{3/2}\right)^2 \exp\left(-\frac{E_C - E_V}{kT}\right) = N^2 \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$$

Ce terme est appelé : **Densité Intrinsèque** et noté n_i

$$\bar{n} \cdot \bar{p} = n_i^2 \text{ avec } n_i^2 = N^2 \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$$

Exemple

Par exemple, à 300 K, les valeurs de n_i sont :

{	Germanium	(Ge)	$2,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$
	Silicium	(Si)	$1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
	Arséniure de Gallium	(As Ga)	$1,1 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$

Complément : Justification de la position de niveau de Fermi :

Nous avons émis l'hypothèse que, dans un semi-conducteur intrinsèque, le niveau de Fermi se trouvait au milieu de la bande interdite. Nous pouvons, à partir des équations établies, justifier cette hypothèse. Il suffit d'égaliser les expressions donnant les densités de porteurs. Nous pouvons remarquer que, si les masses effectives étaient égales, le niveau de Fermi se trouverait strictement au milieu de la bande interdite.

En réalité, on obtient :

Compte tenu des valeurs des masses effectives, ce décalage vaut à température ambiante, dans le cas du Silicium : $1,04 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$, ce qui est négligeable.

$$E_{FI} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3kT}{4} \ln\left(\frac{m_c}{m_v}\right) \approx \frac{E_C + E_V}{2}$$

2.5. II.4 Stabilité de la densité intrinsèque des porteurs en fonction de la Température.

La température est un paramètre important car elle intervient de manière directe dans les différents termes de la fonction qui définit la densité des porteurs dans les bandes. Toutefois, son influence peut être différente suivant le type de fonction dans laquelle elle est présente. L'expression de la densité intrinsèque des porteurs s'écrit :

$$n_i^2 = N^2 \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$$

avec $N^2 = \frac{4}{h^6} \cdot (2\pi mk)^3 \cdot T^3$

On montre (voir démonstration (cf. p.54)) que : $\frac{1}{n_i^2} \cdot \frac{\delta n_i^2}{\delta T} = \frac{3}{T} + \frac{E_G}{kT^2}$

Méthode : Application numérique

Autour de la température ambiante: $T=300 \text{ K}$, $k = 8,619 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$

Germanium :	$E_G = 0,67 \text{ eV}$	→ Variation de 9,63% par Kelvin
Silicium :	$E_G = 1,12 \text{ eV}$	→ Variation de 15,43% par Kelvin

Arséniure de Gallium :	$E_G = 1,4 \text{ eV}$	→ Variation de 19,04% par Kelvin
------------------------	------------------------	----------------------------------

On constate donc une grande sensibilité par rapport à la température.

3. III. Le Matériau semi-conducteur Extrinsic

3.1. III.1 Niveaux d'énergie introduits par les impuretés et les imperfections du cristal

Les cristaux de silicium (de germanium ou d'arséniure de gallium...) utilisés pour la fabrication des composants et des circuits intégrés, contiennent de nombreuses imperfections consistant en impuretés ou en défauts de cristallisation du réseau. Certaines de ces impuretés seront d'ailleurs introduites volontairement dans le réseau afin de conférer au matériau des propriétés particulières.

Les impuretés néfastes proviennent soit du matériau de base, soit de la chaîne de traitement permettant l'obtention du cristal.

Nous avons vu dans ce qui précède que la densité intrinsèque des porteurs vaut, pour le silicium: $n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Pour que les impuretés puissent être considérées comme négligeables dans ce matériau, elles doivent être en quantité beaucoup plus faibles (1/100, 1/1000 ...), soit des densités de l'ordre de 10^7 ou 10^8 cm^{-3} . On peut comparer ce chiffre avec le nombre d'atomes de silicium par cm^3 .

Soit: $N = 5,02 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

En comparant ce nombre à celui de la densité intrinsèque, on s'aperçoit que le degré de pureté à atteindre pour obtenir un matériau intrinsèque est de l'ordre de: $10^8 / 10^{22}$ soit sensiblement 10^{-14} . Ceci est absolument inconcevable compte tenu des opérations nécessaires pour obtenir le silicium mono-cristallin. Les limites technologiques permettent d'atteindre des densités d'impuretés résiduelles de l'ordre de 10^{12} cm^{-3} .

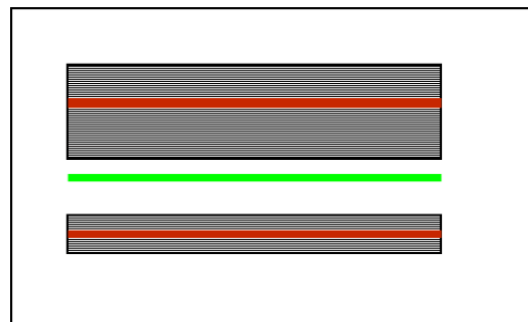
Le matériau intrinsèque, au sens étymologique du terme n'existe donc pas. Il permet toutefois de définir une constante extrêmement importante qui est la **densité intrinsèque n_i** .

Toutes ces imperfections (impuretés résiduelles, défauts de cristallisation,...) perturbent localement la périodicité du potentiel et, de ce fait, introduisent des niveaux énergétiques qui peuvent être accessibles aux électrons. Par opposition avec les niveaux correspondant au matériau pur, nous parlerons de « niveaux extrinsèques ». On peut généralement admettre que ces imperfections étant en nombre relativement faibles par rapport au nombre d'atomes du réseau, elles génèrent des niveaux discrets et non des bandes d'énergie.

Dans tout ce qui suit, nous nous intéresserons à des matériaux qui satisfont cette condition (matériaux non dégénérés).

Les niveaux extrinsèques peuvent se situer soit dans les bandes permises, soit dans la bande interdite. Leur influence sur les caractéristiques du matériau seront totalement différentes.

Les niveaux apparaissant dans les bandes permises auront très peu d'effet compte tenu de leur dilution. Ils viennent se rajouter au niveaux intrinsèques qui sont en nombre très important par rapport à eux (1000 à 100000 fois plus).

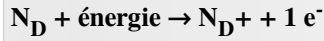


Par contre, en ce qui concerne les niveaux apparaissant dans la bande interdite, leur influence va être très importante. On pourra toutefois les classer en deux catégories suivant leur position dans la bande interdite:

- Niveaux de bords de bande ou « *Shallow levels* », situés à quelques centièmes d'Électron Volt de E_C ou E_V ,

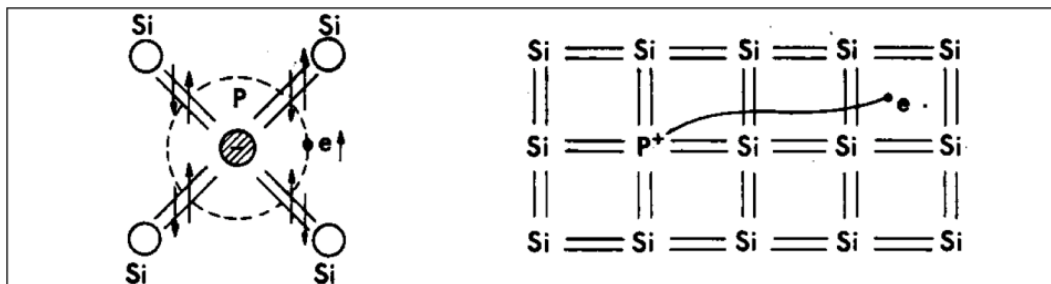
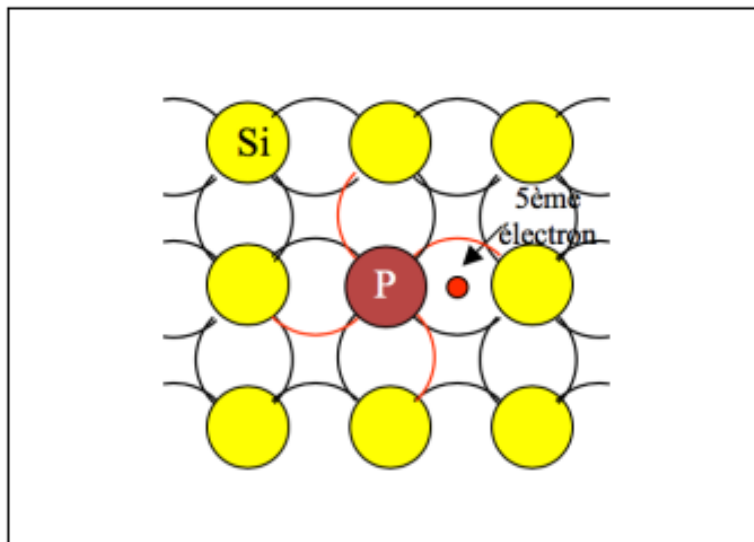
Si on introduit une quantité relativement faible de phosphore dans le silicium, celui-ci va se substituer à des atomes de silicium. Or, il possède 5 électrons de valence. Quatre d'entre-eux vont être utilisés pour les liaisons avec les atomes voisins et le cinquième pourra facilement être libéré compte tenu du faible écart d'énergie entre le niveau E_D et la bande de conduction. Soit N_D la concentration en atomes de phosphore; Un faible apport d'énergie va libérer l'électron excédentaire qui va passer sur le niveau de conduction et de ce fait devenir libre. Cela se traduit par :

Fondamental



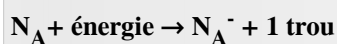
Exemple

Il y a donc apparition de deux types de charges : N_D^+ qui est un Ion positif totalement stable car il possède 8 liaisons de valence et un électron qui pourra très facilement être libéré afin de participer au processus de conduction.



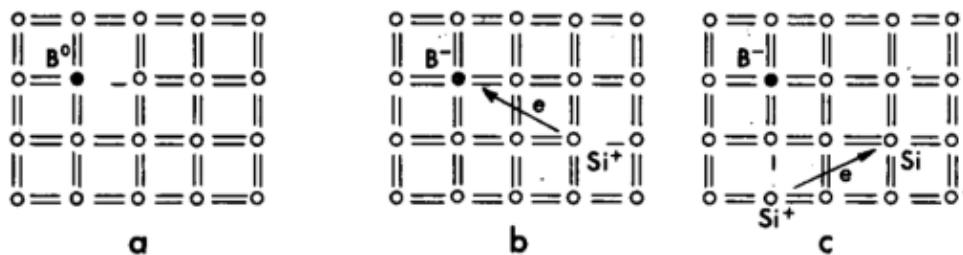
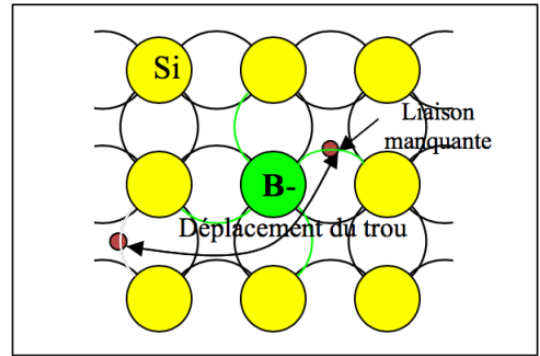
Le processus est similaire avec le Bore. Ce dernier n'ayant que 3 électrons de valence peut en accepter un quatrième provenant de la bande de valence. Il devient alors Ion négatif stable et fait apparaître un trou.

Fondamental



Complément

Le processus permettant de générer un trou est matérialisé sur la figure ci contre. La liaison manquante due au fait que le bore ne comporte que trois électrons de valence permettra, lorsque cette liaison sera comblée par un électron d'un autre atome de générer un ion négatif stable et un trou qui s'est déplacé participant ainsi au passage d'un courant électrique. En fait, le déplacement d'un trou correspond à celui d'un électron qui saute de liaison en liaison.



Définition

Ce processus, appelé « Dopage » permet de générer de électrons OU des trous et confère un caractère spécifique au matériau qui sera dit de type N ou de type P.

3.3. III.3 Le dopage dans les SC – Déplacement du niveau de Fermi

Dès qu'il y a dopage, on parle de porteurs majoritaires (électrons pour un dopage de type N et trous pour un dopage de type P)

et de porteurs minoritaires (trous pour un dopage de type N et pour électrons un dopage de type P).

Dans un SC intrinsèque l'égalité des densités de porteurs engendre un niveau de Fermi quasiment au milieu de la bande interdite. Il n'en est évidemment pas de même pour un SC extrinsèque (dopé).

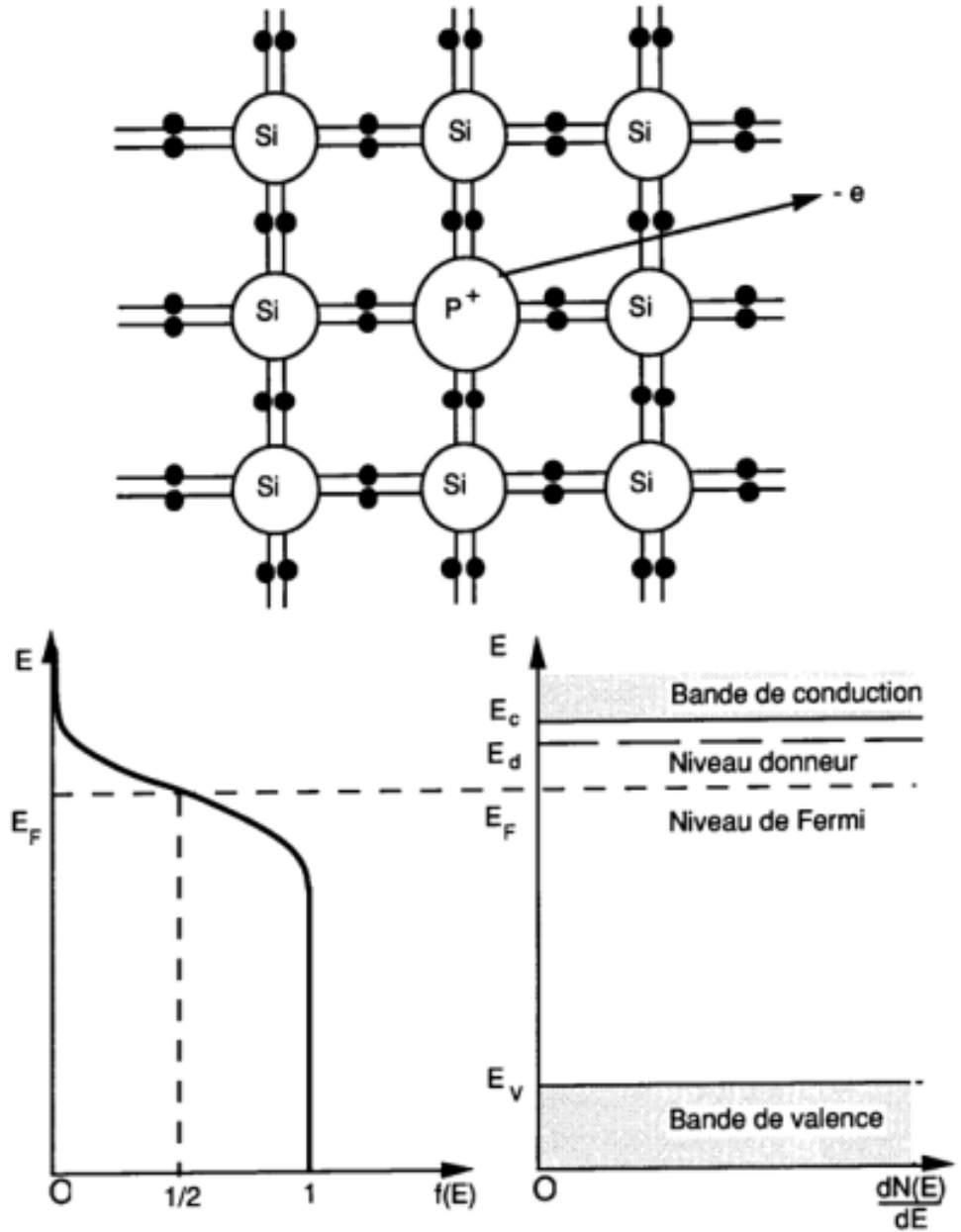
$$\bar{n} = N_C \cdot \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

$$\bar{n} = N_C \cdot \exp\left(-2\left(\frac{E_C - E_V + E_V - E_F}{2kT}\right)\right)$$

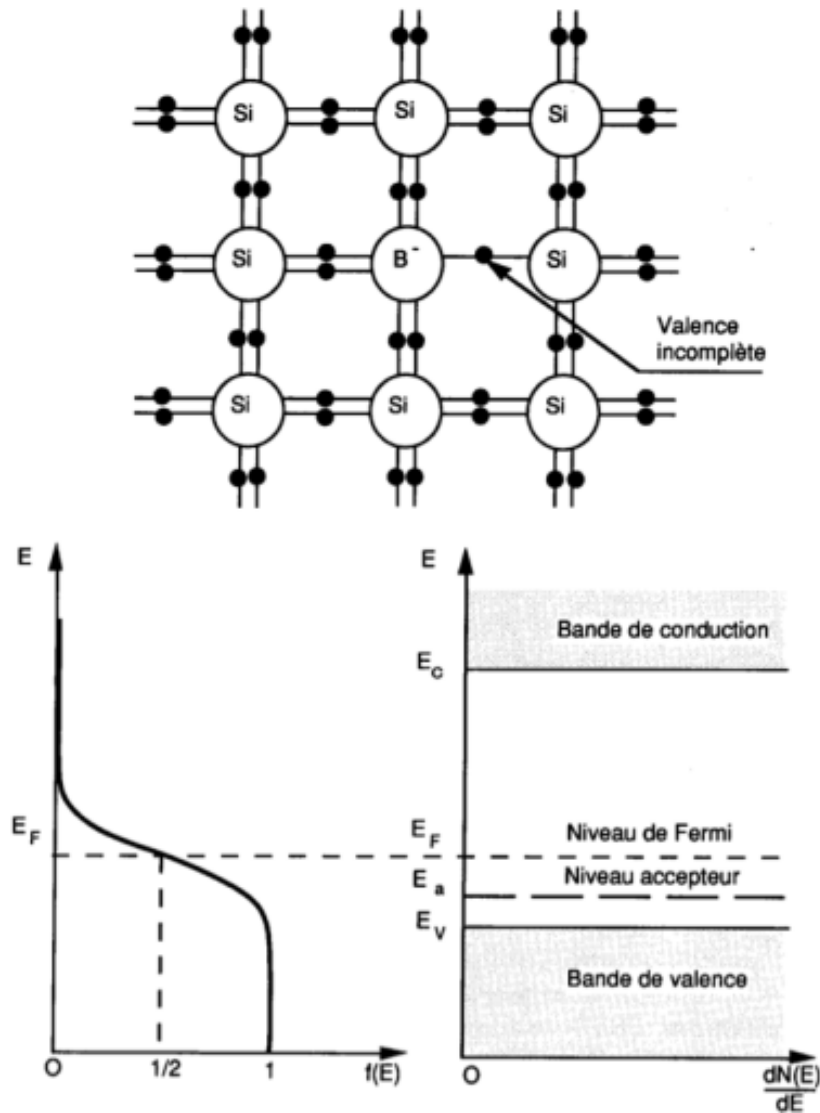
$$\bar{n} = N_C \cdot \exp\left(-\frac{E_C - E_V}{2kT}\right) \exp\left(-\frac{E_C - E_V + 2E_V - 2E_F}{2kT}\right)$$

$$\bar{n} = n_i \cdot \exp\left[-\left(\frac{E_C + E_V}{2kT}\right) + \frac{E_F}{kT}\right]$$

$$\bar{n} = n_i \cdot \exp\left(-\frac{E_{FI} - E_F}{kT}\right) \text{ avec}$$



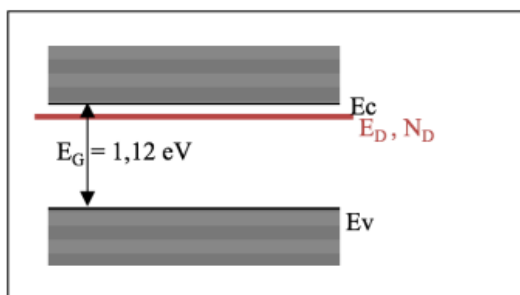
Dopage de type P : la densité de trous devient majoritaire. Le niveau de Fermi se rapproche de la bande de valence.



Dopage de type N : la densité d'électrons devient majoritaire. Le niveau de Fermi se rapproche de la bande de conduction.

3.4. III.4 Détermination de la loi de variation de la densité des porteurs en fonction de la température

L'ionisation des impuretés va donc permettre de créer soit des électrons soit des trous dans le matériau semi-conducteur. Les densités de porteurs dans les bandes permises seront donc directement fonction de la densité des atomes d'impuretés et de leur niveau d'ionisation. Il est donc nécessaire de pouvoir définir ce degré d'ionisation en fonction de la température afin de connaître les densités de porteurs libres existant dans le matériau.



La cinétique d'ionisation des impuretés en fonction de la température, dans un semi-conducteur, est régie par la statistique de Fermi-Dirac. Par exemple, considérons du silicium dans lequel on a introduit des atomes de phosphore. Cette impureté est caractérisée par l'énergie du niveau qu'il génère (E_D), et par la densité correspondante (N_D en cm^{-3}).

L'état d'ionisation des impuretés va évoluer en fonction de la température. On peut définir trois zones :

Pour T voisin du zéro absolu, le matériau est inerte et tous les porteurs sont figés sur leurs niveaux. La bande de conduction est vide et la bande de valence et le niveau donneur sont pleins.

Dès que l'on apporte de l'énergie, vu le très faible écart entre E_C et E_D , les impuretés vont s'ioniser faisant apparaître des électrons dans la bande de conduction. C'est la zone d'ionisation des donneurs :

3.4.1. Zone d'ionisation des donneurs : $T \sim 0$ K

L'ionisation des donneurs suit la statistique de Fermi-Dirac. On a donc :

$$N_D^+ = N_D \cdot \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} = N_D \cdot f_n(E_D)$$

La densité des électrons étant égale à celle des donneurs ionisés, on a donc : $\bar{n} = N_D^+$

La variation asymptotique est donc une droite.

La densité des donneurs étant très faible, ce niveau sera vite complètement ionisé ($E_C - E_D = 0,04$ eV).

3.4.2. Zone d'épuisement des donneurs

Lorsque tous les donneurs sont ionisés, la densité des porteurs reste constante tant que l'énergie n'est pas suffisante pour faire sauter des électrons de la bande de valence ($E_G \gg E_C - E_D$).

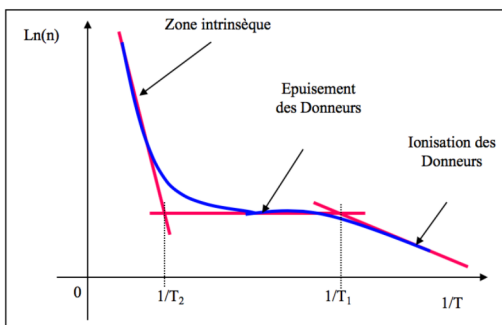
La densité des porteurs vaut alors: $\ln(n) = \ln(N_D)$.

3.4.3. Zone Intrinsèque

Lorsque la température devient suffisamment élevée, il est possible de faire passer des porteurs de la bande de valence à la bande de conduction. On génère alors des paires électron-trou. La bande de valence permettant de créer un nombre très important de porteurs, ceux issus du niveau donneur sont rapidement en quantité négligeable et le matériau se comporte alors comme un matériau intrinsèque.

3.4.4. Représentation graphique

Les 3 zones sont donc ainsi représentées :




On peut déterminer les équations des asymptotes à la courbe $\ln(n) = f(1/T)$ (cf. p.54).

L'intersection des asymptotes permet de déterminer les températures T_1 et T_2 qui limitent les différentes zones.

Il faut donc calculer les valeurs correspondantes afin de positionner la température ambiante.


Le calcul mené pour le silicium montre qu'elle se situe sur le plateau, dans la zone d'épuisement.

On obtient (voir calcul (cf. p.55)) **$T_1 = 50$ K $T_2 = 800$ K**

 *Fondamental*

On peut remarquer que la température ambiante est bien au milieu du plateau. Le matériau est donc stable en température et on peut affirmer que, à température ambiante, toutes les impuretés sont ionisées.

3.5. III.5 Loi d'action de masse

 *Fondamental*

Compte tenu du calcul précédent, on peut donc conclure que pour un semi-conducteur dopé, à température ambiante :

- Toutes les impuretés sont ionisées
- La densité des majoritaires est égale à celle des impuretés
 $\bar{n} = N_D$ pour un type N et $\bar{p} = N_A$ pour un type P.
- La densité des minoritaires est donnée par la loi d'action de masse qui s'écrit : $\bar{n} \cdot \bar{p} = n_i^2$ et

$$n_i^2 = N^2 \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$$

 *Remarque*

Cette relation ne fait intervenir que des constantes du matériau à une température donnée (largeur de bande interdite, nombre de places possibles sur les niveaux, constantes universelles), elle est donc valable que le semi-conducteur soit dopé ou non.

 *Attention*

- Matériau de type N
 $\bar{n} = N_D$ $\bar{p} = \frac{n_i^2}{N_D}$
- Matériau de type P
 $\bar{p} = N_A$ $\bar{n} = \frac{n_i^2}{N_A}$
- Matériau dopé avec des impuretés de type donneur et des impuretés de type accepteur
 - Si $N_D > N_A$, le matériau est de type N
 $\bar{n} = N_D - N_A$ $\bar{p} = \frac{n_i^2}{N_D - N_A}$
 - Si $N_A > N_D$ le matériau est de type P
 $\bar{p} = N_A - N_D$ $\bar{n} = \frac{n_i^2}{N_A - N_D}$

 *Remarque*

La connaissance de la densité des atomes dopants donne les densités des porteurs de chaque type.



Chapitre 3 Le semiconducteur hors équilibre thermodynamique



Les courants dans les semiconducteurs résultent du déplacement des porteurs sous l'action d'une force.

L'origine de cette force peut être un champ électrique ou un gradient de concentration.

Dans le premier cas, on parle de **courant de conduction**. Dans le second cas, on parle de **courant de diffusion**.

1. I. Les courants dans les semiconducteurs

1.1. I.1 Le courant de conduction

Considérons un gaz d'électrons constitué de N électrons libres. En l'absence de force extérieure appliquée (Champ électrique), ils se meuvent de façon aléatoire (**mouvement brownien**).

Rq: la vitesse moyenne est nulle car aucune direction n'est privilégiée.

Entre 2 collisions, le mouvement est **rectiligne uniforme**, caractérisé par une vitesse appelée vitesse **thermique du porteur** v_{th} . On obtient cette vitesse en considérant que **l'énergie thermique du porteur = son énergie cinétique**.

$$v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Dans le silicium à $T = 300K$, $v_{th} = 10^7$ cm.s⁻¹

l = distance parcourue entre 2 collisions = libre parcours moyen = $v_{th} \cdot \tau_c$

τ_c = temps moyen entre 2 collisions.

Si nous appliquons une force extérieure, l'équation du mouvement va s'écrire : $m \frac{d\vec{V}_D}{dt} = \vec{F} = q \vec{E}$

Si on l'intègre entre t_0 et t_0+t , cette équation a pour solution : $\vec{V}_D = q \vec{E} \frac{t}{m}$

Donc la vitesse augmente linéairement avec le temps entre 2 collisions.

$$\vec{V} = \frac{1}{\tau_c} \int_0^{\tau_c} \vec{V}_D(t) dt = q \vec{E} \frac{\tau_c}{2m} = q \vec{E} \frac{\tau_R}{m} = \mu \vec{E}$$

τ_R = temps de relaxation

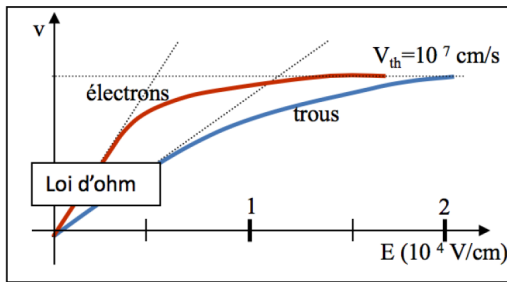
La vitesse du porteur est donc proportionnelle au champ électrique appliqué.

La constante de proportionnalité est appelée « **Mobilité** ». Elle est notée par la lettre μ . Elle s'exprime en cm²/V.s

La mobilité représente l'aptitude d'un porteur à se déplacer dans le cristal. Elle est d'autant plus grande que le cristal est pur et que la masse effective du porteur est faible.

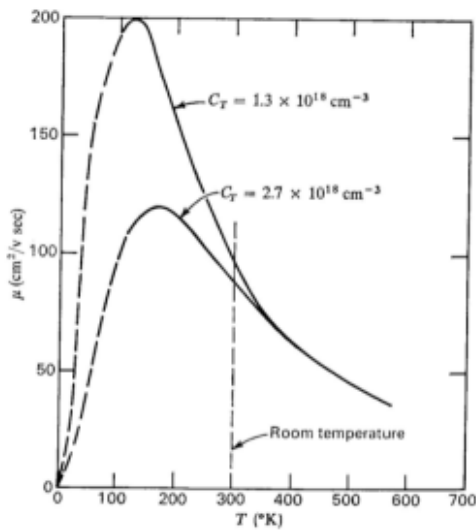
Les mobilités des deux types de porteurs diffèrent principalement par la valeur des masses effectives, les électrons étant plus mobiles que les trous. Cela peut se comprendre intuitivement car ils sont à un niveau énergétique supérieur, c'est à dire moins liés à l'atome.

$$\vec{V}_n = \mu_n \vec{E} \quad \text{et} \quad \vec{V}_p = \mu_p \vec{E}$$



Pour des champs électriques faibles, la loi de proportionnalité est valable. Dès que les champs électriques deviennent importants (quelques $\text{kV}\cdot\text{cm}^{-1}$), la vitesse des porteurs devient de l'ordre de grandeur de la vitesse thermique et la mobilité décroît.

1.1.1. Paramètres influant sur la mobilité des porteurs



La température :

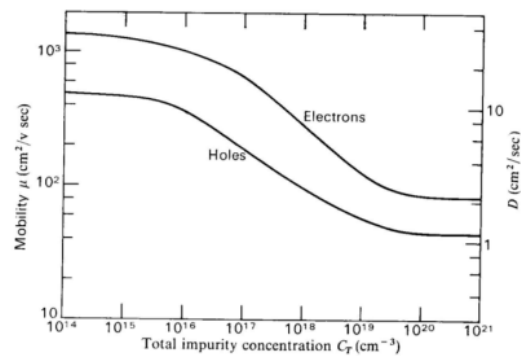
L'augmentation de température se traduit par une agitation thermique plus importante dans le réseau cristallin et, de ce fait, le temps de relaxation va diminuer car la probabilité de chocs avec les atomes augmente. Il s'en suit une diminution de la mobilité qui suit une loi empirique de la forme :

$\mu = \alpha \cdot T^{3/2}$ α est un coefficient qui dépend de la nature du matériau et du type de porteur

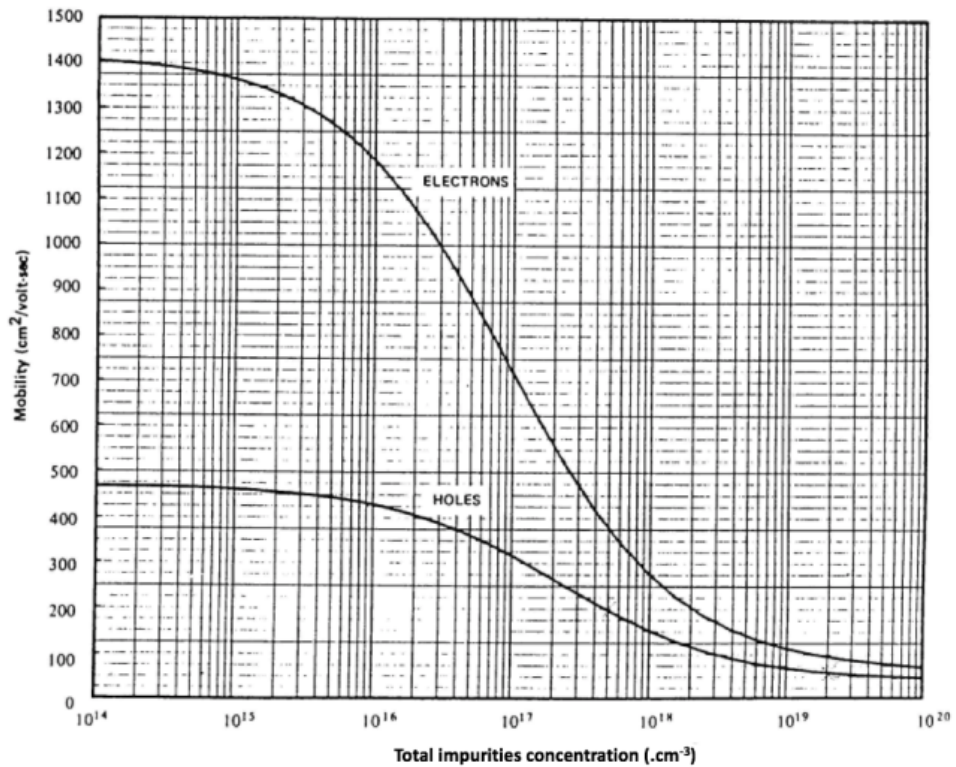
Le dopage du matériau :

Les atomes d'impuretés vont influencer sur les trajectoires des électrons dans le cristal car, à température ambiante, ils sont tous ionisés. Le nombre de collisions va augmenter et cela va se traduire par une diminution de la mobilité.

Le graphique ci contre montre la variation de μ en fonction du dopage dans le cas du silicium.



ELECTRON AND HOLE MOBILITY IN SILICON AT 300K [7]



Mobilité des électrons et des trous dans le Silicium en fonction du dopage à 300K Informations

Nous venons de montrer que lorsqu'on applique une force extérieure (champ électrique par exemple) à un matériau semi-conducteur, les porteurs vont se déplacer. Il y aura donc apparition d'un **courant électrique**.

Ce **courant de conduction** s'écrit : $\vec{j} = \rho \cdot V_D$ dans lequel ρ est la **densité de charges** $\rho = q \cdot N$

donc : $\vec{j} = q \cdot N \cdot V_D = q \cdot N \cdot \frac{q \tau_R}{m} \cdot \vec{E} = \sigma \cdot \vec{E}$ avec : $\sigma = \frac{q^2 \cdot \tau_R \cdot N}{m} = q \cdot N \cdot \mu$

$\sigma = q \cdot N \cdot \mu$ est appelé **conductivité du matériau** et s'exprime en $\Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$.

L'existence de deux types de porteurs va faire apparaître deux courants qui seront additifs (porteurs de charge opposée se déplaçant en sens opposé).

$$\vec{j}_n = \sigma_n \cdot \vec{E} \quad \text{et} \quad \vec{j}_p = \sigma_p \cdot \vec{E}$$

Le courant total de conduction s'écrit donc :

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p = (\sigma_n + \sigma_p) \cdot \vec{E}$$

Définition

La conductivité est donc fonction des densités des deux types de porteurs. Elle s'exprime par la relation suivante.

$$\sigma = q(\bar{n} \cdot \mu_n + \bar{p} \cdot \mu_p)$$

On a coutume de caractériser les semi-conducteurs par leur résistivité et non par leur conductivité. Elle s'écrit :

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{q(\bar{n} \cdot \mu_n + \bar{p} \cdot \mu_p)}$$

$$F_{n(x)} = -D_n \frac{dn(x)}{dx} \text{ et } F_{p(x)} = -D_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Les constantes D ont la dimension de cm²/s. Elles sont appelées « **Constantes de Diffusion** » (D_n pour les électrons, D_p pour les trous).

Les particules qui se déplacent par le biais du phénomène de diffusion sont des particules chargées. Elles vont donc donner naissance à des courants électriques.

Par convention le courant est de signe opposé au flux d'électrons (donc de même signe que le flux de trous).

Leurs expressions s'écrivent : $J_{n(x)} = -q \cdot F_n(x)$ et $J_p(x) = q \cdot F_p(x)$ soit :

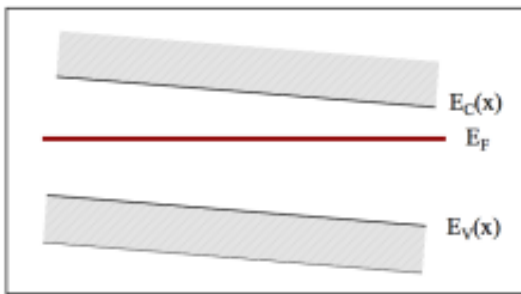
1.2.2. Courant de Diffusion

Fondamental

$$J_n(x) = q \cdot D_n \frac{dn}{dx}$$

$$J_p(x) = -q \cdot D_p \frac{dp}{dx}$$

1.3. I.3 Relation d'Einstein



Considérons le semi-conducteur dont la structure de bande est représentée ci contre. Le matériau étant isolé et à l'équilibre thermodynamique, le courant électrique total est nul.

La non homogénéité du matériau entraîne l'apparition d'un champ électrique interne. Deux phénomènes antagonistes vont exister dans la structure.

- Un phénomène de diffusion dû à l'inhomogénéité
- Un phénomène de conduction dû au champ électrique

Ces deux phénomènes vont s'équilibrer pour donner un courant nul.

$$\text{Le champ électrique s'écrit : } E(x) = \frac{-dV(x)}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_C(x)}{dx}$$

En tout point de la structure le courant est nul. Cela se traduit par : $j_n(x) = j_p(x) = 0$

soit :

$$q \cdot n(x) \cdot \mu_n \cdot E(x) + q \cdot D_n \frac{dn}{dx} = 0$$

$$q \cdot p(x) \cdot \mu_p \cdot E(x) - q \cdot D_p \frac{dp}{dx} = 0$$

$$\text{or } \frac{dE_C(x)}{dx} = \frac{dE_C(x)}{dn(x)} \cdot \frac{dn(x)}{dx}$$

$$n(x) = N \cdot \exp\left(-\frac{E_C(x) - E_F}{kT}\right)$$

- Élévation de température,
- Utilisation d'un rayonnement ionisant,
- Injection à partir d'une électrode.

2.1. II.1 Notion de niveau d'injection

On peut classer les phénomènes d'injection en deux catégories suivant la valeur de la densité des porteurs injectés par rapport à la densité des porteurs majoritaires dans le matériau

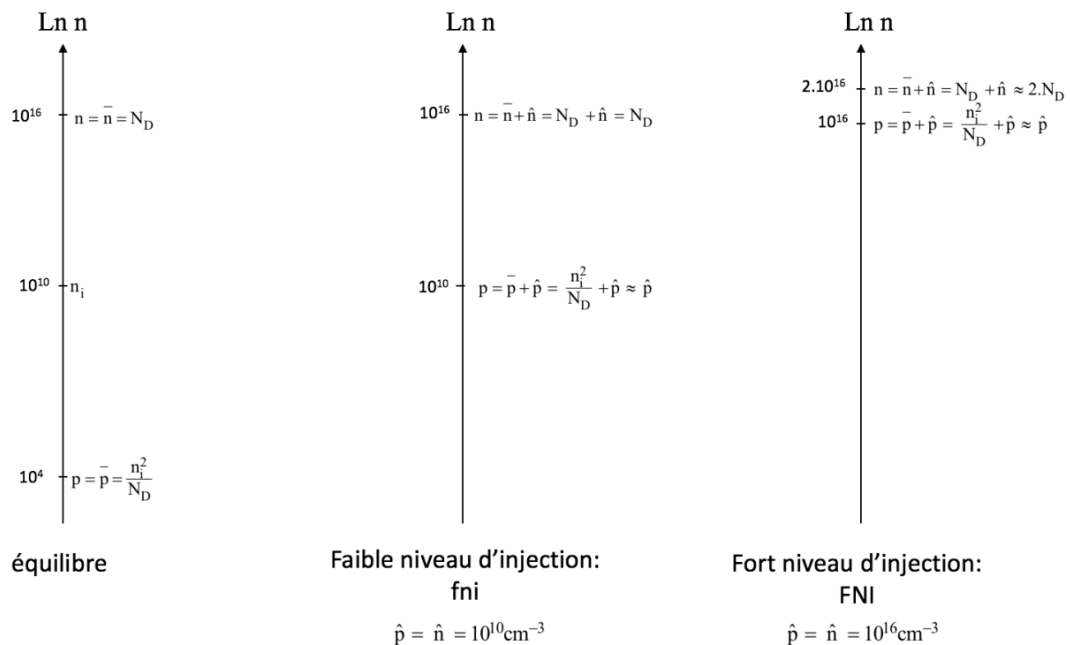
Faible niveau d'injection si la densité des porteurs injectés est faible par rapport à celle des majoritaires, $\hat{n} < N$

Fort niveau d'injection si elle devient du même ordre de grandeur. $\hat{n} \approx N$

On désignera par \hat{n} et \hat{p} les densités de porteurs en excès

Les densités totales pour un matériau hors d'équilibre s'écriront alors : $n = \bar{n} + \hat{n}$ et $p = \bar{p} + \hat{p}$

De par le principe même du phénomène de génération, on a : $\hat{n} = \hat{p}$



Différents niveaux d'injection sur un matériau dopé de type N, $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

2.2. II.2 Notion de génération - recombinaison

Dans un matériau semi-conducteur, les densités de porteurs existant dans les bandes sont le résultat de deux mécanismes permanents d'échange entre elles. Il s'agit de la **Génération** (g' en $\text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$) et de la **Recombinaison** (r' en $\text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$). Les porteurs générés passent de la bande de valence vers celle de conduction puis effectuent le chemin inverse en se recombinant. Il existe donc un flot permanent de porteurs allant de la bande de valence vers la bande de conduction et vice versa.

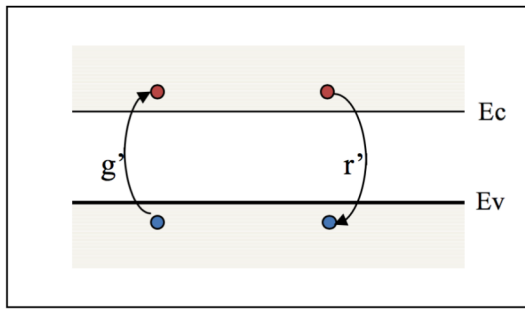
$$g' = g + g_{\text{th}}$$

g_{th} = taux de génération thermique due à l'agitation des porteurs

g = taux de génération dû à une excitation extérieure.

$$\frac{dn}{dt} = g' - r' = g + g_{th} - r' = g - r$$

En posant $r = r' - g_{th}$ = taux de recombinaison des porteurs (dépend du matériaux)



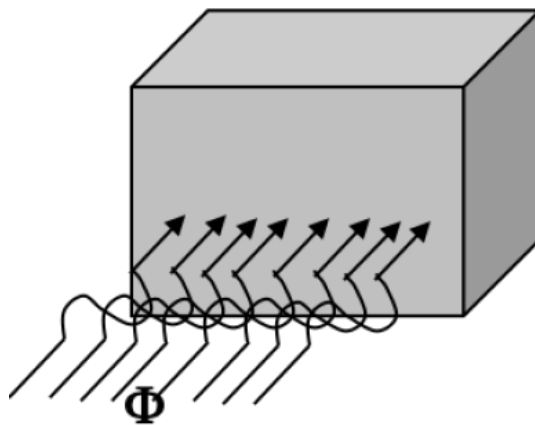
Si $g' > r'$, on a augmentation de la densité des porteurs, c'est à dire **injection**.

Si $g' < r'$, on a une diminution de la densité des porteurs, c'est à dire **extraction**.

Ces mécanismes d'écart par rapport à l'équilibre s'effectuent avec une constante de temps τ appelée **durée de vie des porteurs**.

2.3. II.3 Recombinaison directe électron - trou

Considérons un matériau semi-conducteur de type N ($\bar{n} \gg \bar{p}$). A l'équilibre thermodynamique, ce matériau est caractérisé par des densités de porteurs qui valent respectivement n^- et p^- et une égalité entre génération thermique et recombinaison: $r = 0$.



Supposons qu'à l'instant $t = t_0$, on soumette ce matériau à un flux lumineux d'intensité constante φ constante tel que l'énergie qu'il transporte soit supérieure à la largeur de la bande interdite

$E = h\nu > E_G$. Ce flux va générer des paires électrons-trous. Or, la vitesse de recombinaison est proportionnelle aux densités de porteurs dans les bandes

(un électron se recombinant avec un trou).

On peut donc écrire : $r_n' = r_p' = A \cdot p \cdot n$ (A est une constante de proportionnalité)

Le taux de recombinaisons s'écrit donc : $r_n = r_p = A \cdot p \cdot n - g_{th}$

À l'équilibre, on peut écrire : $0 = A \cdot \bar{p} \cdot \bar{n} - g_{th}$

Donc : $n = \bar{n} + \hat{n}$ et $p = \bar{p} + \hat{p}$ et $\hat{n} = \hat{p}$

Donc : $r = A \cdot (\bar{p} + \bar{n} + \hat{p}) \cdot \bar{p}$ donc : $r = \frac{\hat{p}}{\tau} = \frac{\hat{n}}{\tau}$

avec τ = durée de vie des porteurs en excès $\tau = \frac{1}{A \cdot (\bar{p} + \bar{n} + \hat{p})}$

τ (s) n'est pas spécifique du matériau car dépend de l'excitation.

Fundamental

Pour un matériau dopé en régime de faible injection, la formule précédente devient : $\tau = \frac{1}{A \cdot N}$

La constante A dépend du matériau et vaut 10^{-10} pour le silicium.

2.4. II.4 Recombinaison par centre piège

Lors de la définition du matériau extrinsèque, nous avons défini deux types de niveaux se situant dans la bande interdite; les niveaux de bord de bande qui interviennent dans le mécanisme de dopage et les niveaux profonds (situés vers le milieu de la bande interdite). Ces derniers ont un rôle fondamental dans les mécanismes de génération-recombinaison. Ils peuvent en effet servir de relais pour le passage des électrons et seront d'autant plus efficaces qu'ils se situent près du milieu de la bande interdite car les probabilités d'échanges avec les bandes de valence ou de conduction (émission ou capture d'électrons) seront alors sensiblement égales

Considérons le cas d'un semi-conducteur dans lequel existe un niveau piège. Ce dernier va pouvoir capturer puis réémettre des électrons après un certain temps correspondant au temps de piégeage.

Les mécanismes d'échange entre les bandes et le niveau piège peuvent se modéliser par les quatre cas suivants :

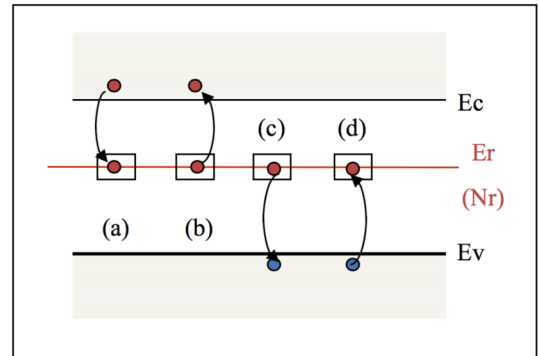
(a) Capture d'un électron de la bande de conduction par un piège vide C_n

(b) Émission d'un électron vers la bande de conduction par un piège plein E_n

(c) Capture d'un trou de la bande de valence par un piège plein C_p

(d) Émission d'un trou dans la bande de valence par un piège vide E_p

C_n , E_n , C_p et E_p sont respectivement les coefficients de capture et d'émission des électrons et des trous.



Les centres pièges vont servir de « catalyseur » à la recombinaison des électrons libres en capturant ceux de la bande de conduction pour les réémettre vers la bande de valence (cas a puis c). On les appelle alors « centres de recombinaisons ».

Si le piège sert à piéger momentanément 1 trou (cas c puis d) ou 1 e^- (ou cas a puis b) on l'appelle piège à trou ou à électron. Le temps pendant lequel le porteur reste « piégé » est plus ou moins long. C'est lui qui définit la durée de vie.

Il s'agit de modéliser les différents échanges afin d'en tirer une expression de la durée de vie des porteurs (Voir calcul [cf. resCAL.pdf]). Toutefois, ce calcul est simplement indicatif car il ne met en œuvre qu'un seul niveau piège ce qui ne reflète que partiellement la réalité. Les résultats obtenus sont malgré tout satisfaisants, l'écart par rapport aux mesures n'étant que de quelques pourcents.

Considérons le cas d'1 matériau dopé de type N ($\bar{n} \gg n \gg \bar{p}$) en régime de faible injection $n = \bar{n} + \hat{n} \approx \bar{n}$

Fondamental

On trouve : $r = \frac{n \cdot p - n_i^2}{\tau \cdot (n + p + 2n_i)}$ **Formule de Shockley-Read**

3. III. Équations d'évolution

3.1. III.1 Équation de conservation des porteurs ou équation de continuité

Cette équation traduit le bilan, par unité de temps, de la variation de la densité des porteurs dans un volume élémentaire de matériau semi-conducteur. Sa résolution permettra de définir les profils des densités de porteurs excédentaires dans les semi-conducteurs et, par conséquence de calculer les différents courants dans les structures.

Ce bilan met en œuvre les trois éléments qui peuvent modifier la densité des porteurs:

- La génération,
- La recombinaison,
- Le passage d'un courant électrique.

La variation du nombre de porteurs par unité de temps dans un espace à une dimension s'écrit donc, pour les trous :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{-1}{q} \cdot \frac{dJ_p}{dx} + g - r$$

On obtient une équation similaire pour les électrons en remplaçant p par n et en changeant le signe de la dérivée.

Dans le cas d'un faible niveau d'injection, seuls les porteurs minoritaires seront perturbés. Pour un matériau de type N par exemple, on pourra écrire : $r = \frac{p}{\tau}$

L'équation de conservation s'écrit alors : $\frac{dp}{dt} = \frac{-1}{q} \cdot \frac{dJ_p}{dx} + g - \frac{\hat{p}}{\tau}$

Le courant peut être constitué de deux termes; un terme de diffusion et un terme de conduction. On obtient donc, dans le cas général :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{-1}{q} \cdot \frac{d}{dx} (q \cdot p(x) \cdot \mu_p \cdot E(x) - q \cdot D_p \frac{dp}{dx}) + g - \frac{\hat{p}}{\tau}$$

Soit respectivement pour les trous et pour les électrons :

Fondamental

$$\frac{dp}{dt} = D_p \frac{d^2 p}{dx^2} - \mu_p \cdot E \cdot \frac{dp}{dx} - p \cdot \mu_p \cdot \frac{dE}{dx} + g - \frac{\hat{p}}{\tau}$$

$$\frac{dn}{dt} = D_n \frac{d^2 n}{dx^2} + \mu_n \cdot E \cdot \frac{dn}{dx} + n \cdot \mu_n \cdot \frac{dE}{dx} + g - \frac{\hat{n}}{\tau}$$

3.2. III.2 Retour à l'équilibre d'un matériau excité

Considérons 1 SC isolé, excité de manière homogène.

Les équations de continuité se réduisent à :

$$\frac{dp}{dt} = 0 - 0 - 0 + g - \frac{\hat{p}}{\tau} \quad \text{et} \quad \frac{dn}{dt} = 0 - 0 - 0 + g - \frac{\hat{n}}{\tau}$$

$$n = \bar{n} + \hat{n} \quad \text{et} \quad p = \bar{p} + \hat{p} \quad \text{donc}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d\hat{p}}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{dn}{dt} = \frac{d\hat{n}}{dt}$$

$$D'où \quad \frac{d\hat{p}}{dt} = g - \frac{\hat{p}}{\tau} \quad \text{et} \quad \frac{d\hat{n}}{dt} = g - \frac{\hat{n}}{\tau}$$

Remarque

En régime permanent

$$\frac{d\hat{p}}{dt} = \frac{d\hat{n}}{dt} = 0$$

$$g = \frac{\hat{p}}{\tau} \quad \text{et} \quad g = \frac{\hat{n}}{\tau}$$

Si on supprime l'excitation à $t=0$, $g_n = g_p = 0$

$$\frac{d\hat{p}}{dt} = -\frac{\hat{p}}{\tau} \quad \text{et} \quad \frac{d\hat{n}}{dt} = -\frac{\hat{n}}{\tau}$$

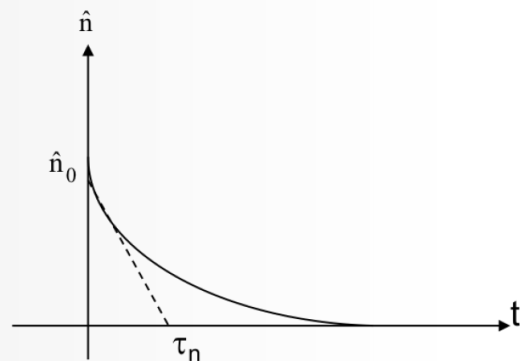
En intégrant avec, à $t=0$, $\hat{p} = \hat{p}_0 = g \cdot \tau$ et $\hat{n} = \hat{n}_0 = g \cdot \tau$

on trouve :

Fondamental

$$\hat{p} = \hat{p}_0 \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \quad \text{et} \quad \hat{n} = \hat{n}_0 \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)$$

L'excédent de porteurs décroît exponentiellement avec une constante de temps τ .



Remarque

Dans le cas d'un matériau dopé en régime de faible inversion, la décroissance des majoritaires est négligeable.

3.3. III.3 Longueur de diffusion

Considérons maintenant un semi conducteur excité de manière **homogène en surface, en régime permanent.**

Le rayonnement impose en surface des porteurs en excès $\hat{n} = \hat{p}$

Les équations de continuité deviennent :

$$\frac{dn}{dt} = 0 = D_n \frac{d^2 n}{dx^2} + 0 + 0 + g - \frac{\hat{n}}{\tau}$$

Si le rayonnement est peu pénétrant, $g_n = 0$ dans le volume, donc :

$$D_n \frac{d^2 n}{dx^2} = \frac{\hat{n}}{\tau}$$

Définition

Soit L_n la longueur de Diffusion des électrons : $L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau}$

$$\frac{d^2 n}{dx^2} = \frac{\hat{n}}{L_n} = \frac{d^2 \hat{n}}{dx^2}$$

Définition

De même L_p la longueur de Diffusion des trous : $L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau}$

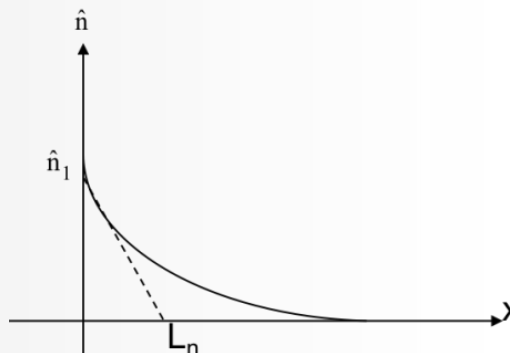
$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{\hat{p}}{L_p} = \frac{d^2 \hat{p}}{dx^2}$$

En intégrant ces équations avec

$$\hat{n} = \hat{p} = \hat{p}_1 = \hat{n}_1 \text{ en } x=0, \text{ et } \hat{n} = \hat{p} = 0 \text{ quand } x \rightarrow \infty$$

Fondamental

$$\hat{p} = \hat{p}_1 \cdot \exp\left(\frac{-x}{L_p}\right) \text{ et } \hat{n} = \hat{n}_1 \cdot \exp\left(\frac{-x}{L_n}\right)$$



3.4. III.4 Bilan

Définition

On pourra donc associer trois constantes aux porteurs libres dans un matériau semi-conducteur :

- Une constante temporelle τ
- Une constante inertielle μ ou D
- Une constante spatiale L

Rappel

Ces 3 constantes sont reliées par les relations suivantes :

$$L = \sqrt{D \cdot \tau} \text{ et } \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q} = U_T$$

Ressources annexes



> Équation masse volumique

Équation masse volumique [cf. demonstration1.mp4]

Contenus annexes



> L'état cristallin

1.0. 1 La géométrie du réseau cristallin

Un cristal est construit à partir de n atomes constituant la base, la base étant répétée périodiquement suivant 3 vecteurs fondamentaux $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ appelés **vecteurs primitifs**.

Rq.: la base est parfois appelée motif.

Ayant choisi dans un cristal une origine quelconque O , on retrouve en tout point A du cristal tel que :

$$\vec{OA} = n_1 \cdot \vec{a} + n_2 \cdot \vec{b} + n_3 \cdot \vec{c}$$

n_1, n_2, n_3 entiers quelconques, le même environnement atomique qu'au point O .

L'ensemble des points A définis à partir de O constitue un **réseau géométrique de points**.

Les points A sont les **nœuds du réseau**.

Le parallélépipède construit sur les 3 vecteurs fondamentaux $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ est une maille cristalline.

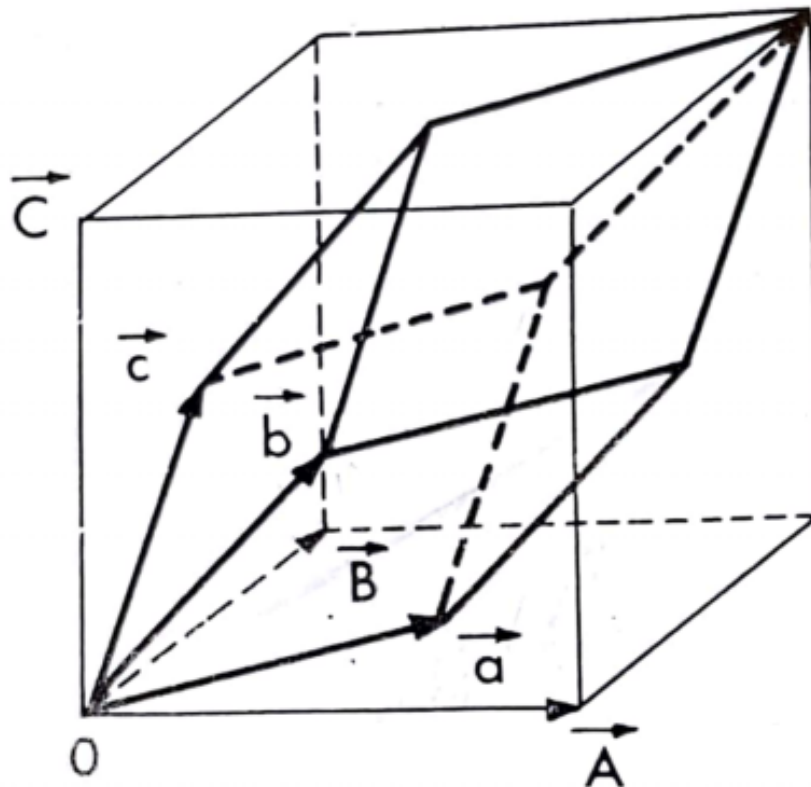
A chaque réseau correspond donc plusieurs mailles. On appelle **maille élémentaire** la maille pour laquelle les longueurs a, b, c sont minimales.

Elle ne contient qu'1 nœud en propre pour quelques corps simples.

C'est un parallélépipède dont les sommets sont les 8 nœuds correspondants aux 8 mailles adjacentes.

Il est parfois avantageux, pour décrire un cristal, de considérer une maille plus grande que la maille élémentaire.

Prenons l'exemple d'une maille élémentaire rhomboédrique, c'est-à-dire bâtie sur 3 vecteurs $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ égaux et formant entre eux des angles de 60° .



Plutôt que cette maille élémentaire, il est plus aisé de considérer la maille bâtie sur 3 vecteurs $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ définis par : $\vec{A} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, $\vec{B} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ et $\vec{C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

Ces 3 vecteurs sont égaux de longueur $a\sqrt{2}$

Fondamental

La maille correspondante est cubique, elle a un nœud en chaque sommet et au milieu de chaque face. Elle est dite Cubique à Faces Centrées (CFC).

La maille cubique possède 4 nœuds en propre (voir *calcul (cf. p.48)*) alors que la maille rhomboédrique n'en a qu'un seul. La maille cubique est donc 4 fois plus volumineuse que la maille élémentaire.

2.0. 2 Les systèmes cristallins

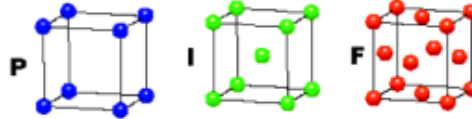
Une maille quelle qu'elle soit et par suite un système cristallin est donc caractérisé par les 6 paramètres suivants :

- les longueurs a, b, c des 3 vecteurs,
- les angles α, β, γ qu'ils font entre eux.

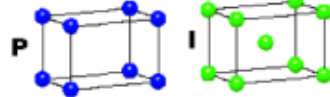
Selon la valeur de ces 6 paramètres, on définit 7 **systèmes cristallins**.

Parmi ces systèmes, selon la position des nœuds du réseau, on définit **14 réseaux de Bravais**

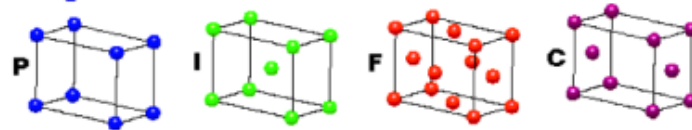
Cubique
 $a = b = c$
 $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$



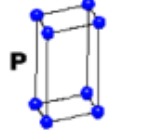
Quadratique
 $a = b \neq c$
 $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$



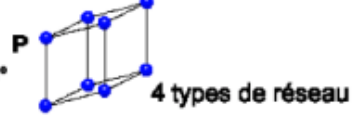
Orthorhombique
 $a \neq b \neq c$
 $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$



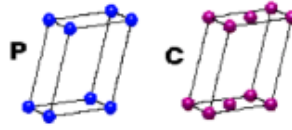
Hexagonal
 $a = b \neq c$
 $\alpha = \beta = 90^\circ$
 $\gamma = 120^\circ$



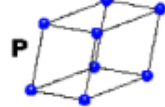
Trigonal
 $a = b = c$
 $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$



Monoclinique
 $a \neq b \neq c$
 $\alpha = \gamma = 90^\circ$
 $\beta \neq 120^\circ$



Triclinique
 $a \neq b \neq c$
 $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$

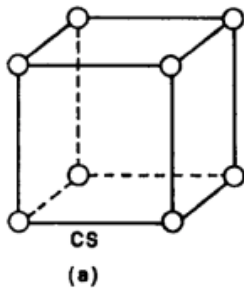


4 types de réseau
P Primitif
I centré
F toutes faces centrées
C 1 face centrée
+ 7 systèmes cristallins
= 14 réseaux de BRAVAIS

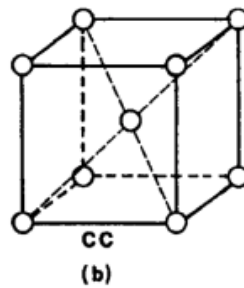
14 réseaux de Bravais

> Réseaux cubiques à faces centrées

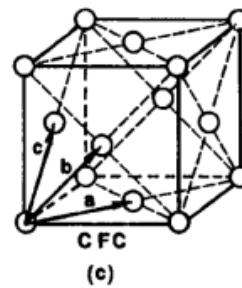
Le système cubique est le système dans lequel cristallisent la plupart des SC. Il comprend 3 réseaux :



Cubique simple



Cubique centré



Cubique à faces centrées

Réseaux cubiques à faces centrées

Remarque

La maille élémentaire qui dans les 3 cas ne contient qu'un seul nœud, n'est bâtie sur l'arête du cube que pour le CS. Dans les 2 autres cas, elle est rhomboédrique.

Attention

Calculer le nombre de nœuds en propre de chacun des 3 réseaux :

- Les CS possède 8 nœuds mis en communs avec 8 autres mailles soit $8/8 = 1$ nœud en propre.

- Le CC possède 8 nœuds mis en communs avec 8 autres mailles + 1 nœud au centre = $8/8+1= 2$ nœuds en propre.
- Le CFC possède 8 nœuds mis en communs avec 8 autres mailles + 6 nœuds aux centres des 6 faces, chacun partagé entre 2 mailles = $8/8 + 6/2 = 4$ nœuds en propre.

> Structure Diamant

Définition

La structure de type diamant est composée de 2 réseaux Cubiques Faces Centrées décalés du $\frac{1}{4}$ de la diagonale principale du cube.

La maille élémentaire du diamant est complexe: elle contient 2 atomes en propre en position (0,0,0) et ($\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$)

La maille élémentaire du CFC possède 1 nœud en propre et engendre 4 nœuds en propre sur la maille cubique du CFC.

La maille élémentaire de 2 CFC imbriqués contient 2 nœuds en propre et engendre donc 8 nœuds en propre sur la maille cubique contenant 2 CFC.

> Densité du Silicium

La longueur de la maille cubique du diamant appelée paramètre cristallin a vaut 5,35 angströms = 5,35 Å = $5,35 \cdot 10^{-10}$ m = $5,35 \cdot 10^{-8}$ cm.

Chaque cube de volume a^3 (soit $1,5 \cdot 10^{-22}$ cm³) contient 8 atomes : 4 appartenant à 1 CFC, 4 à l'autre.

Il en résulte que 1 cm³ de cristal contient $5 \cdot 10^{22}$ atomes.

Fondamental

On dit que le silicium a une densité de $5 \cdot 10^{22}$ cm⁻³

> Niveaux d'énergie

Fondamental

Chaque niveau d'énergie est caractérisé par les valeurs correspondantes de quatre nombres quantiques. À chaque niveau d'énergie correspond également une trajectoire circulaire stable d'un électron autour du noyau (l'électron ne rayonne pas et donc ne perd pas d'énergie) et une distance électron-noyau.

Dans l'expression littérale de ces énergies et de ces distances figure le paramètre n qui peut prendre les valeurs entières 1,2,3,... c'est **le nombre quantique principal**. Les distances électron-noyau sont proportionnelles à n^2 et les énergies permises à $-\frac{A}{n^2}$ ($A = 2,179 \cdot 10^{-18}$ J).

3.0.0. Les 4 nombres quantiques :

Les 4 nombres quantiques :

Le nombre quantique principal	$n \Rightarrow 1, 2, 3, \dots$; il définit la couche du tableau de Mendeleïev (K, L, M, N, ...),
Le nombre quantique orbital (secondaire)	$l \Rightarrow 0, 1, \dots, n-1$; il définit la sous couche (s, p, d, f, g, ...),
Le nombre quantique magnétique	$m \Rightarrow -l \dots 0 \dots +l$,
Le nombre quantique de spin	$s \Rightarrow +1/2$ ou $-1/2$.

n et s sont des variables indépendantes alors que l et m ne peuvent prendre que certaines valeurs en fonction de n .

Couche	n	Sous couche	l	m	s	Nombre d'états quantiques	Nombre d'électrons par état	Nombre d'électrons par couche
K	1	s	0	0	+1/2, -1/2	1	2	2
L	2	s	0	0	+1/2, -1/2	1	2	8
		p	1	-1, 0, 1		3	6	
M	3	s	0	0	+1/2, -1/2	1	2	18
		p	1	-1, 0, 1		3	6	
		d	2	-2, -1, 0, 1, 2		5	10	
N	4	s	0	0	+1/2, -1/2	1	2	32
		p	1	-1, 0, 1		3	6	
		d	2	-2, -1, 0, 1, 2		5	10	
		f	3	-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3		7	14	

Tableau du nombre d'électrons possibles par couche

Définition : Principe d'exclusion de Pauli :

Dans un atome, il ne peut y avoir plus d'un électron décrit par un même ensemble de valeurs des 4 nombres quantiques.

On voit sur le tableau qu'il existe un nombre maximal d'électrons par couche = $2n^2$.

La configuration électronique d'un atome est la façon dont ses Z électrons sont distribués.

Exemple : Exemple du silicium

Le Silicium est le 14^{ème} élément de la classification périodique: $Z = 14$.

Ses 14 électrons sont répartis comme suit (remplissage dans l'ordre):

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$

La couche externe ou de valence est la 3^{ème} (couche M). Elle est incomplète (sous-couche p). Elle possède 4 électrons (il reste 4 places libres dans la sous-couche p).

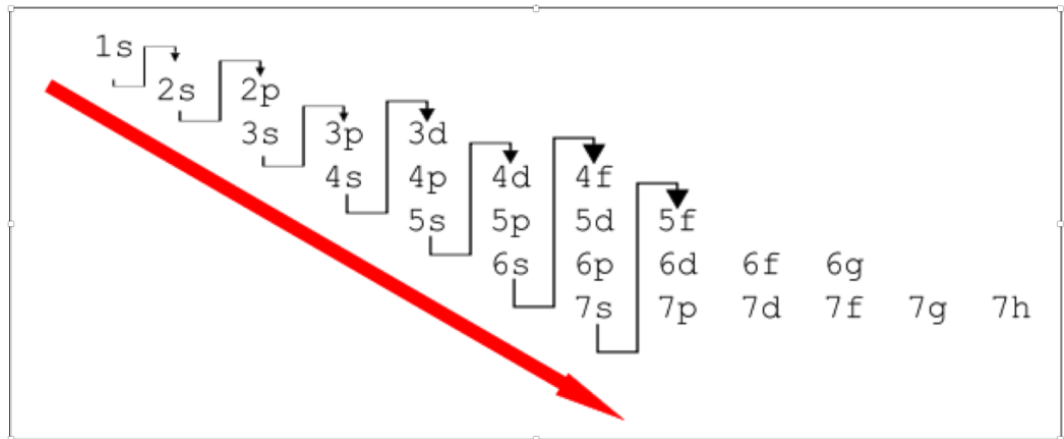
Fondamental

Un atome est à son état fondamental si son énergie est minimale

⚠ Attention

Pour les 18 premiers éléments de la classification périodique ($Z = 1$ à 18) cette condition est remplie lorsque les électrons remplissent les niveaux d'énergie les plus bas. Au delà de $Z = 18$, la configuration d'énergie électronique minimale peut comporter des inversions dans l'ordre de remplissage des sous-couches. Ceci est dû au fait que le critère de stabilité maximale est la valeur de l'énergie totale de l'atome qui n'est pas la somme des énergies individuelles des électrons, il y a aussi des termes prenant en compte les interactions entre électrons.

✂ Méthode : Moyen mémotechnique : règle de Klechkowski:

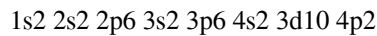


Règle de Klechkowski

☞ Exemple : Exemple du Germanium

Le Germanium ($Z = 32$):

En suivant la règle de Klechkowski, cela donne :

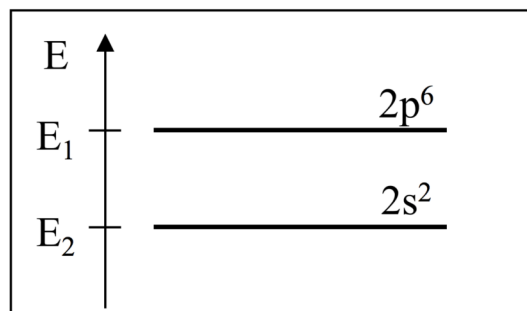


La couche de valence est la 4ème (couche N). Elle est incomplète (sous-couche p). Elle possède 4 électrons (il reste 4 places libres dans la sous-couche p).

> Diagramme d'énergie d'un atome isolé

Les différents états possibles sont figurés par des droites horizontales positionnées par rapport à un axe gradué.

Le niveau « 0 » en énergie se situe à l'infini.



Les droites du diagramme ne représentent pas un **état énergétique** mais un **ensemble d'états très voisins**.

2 états pour le niveau s

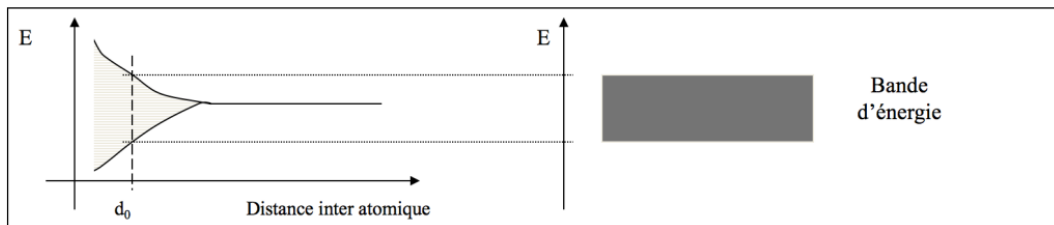
6 états pour le niveau p

> t

Fondamental : Formation des bandes

Pour qu'il y ait apparition de « **bandes d'énergie** », il faut que cette dernière puisse varier de façon continue ce qui n'est pas le cas d'un atome isolé. Supposons maintenant que nous ayons un ensemble de N atomes (N très grand) suffisamment éloignés de manière à ce qu'ils puissent être considérés comme indépendants (cas d'un gaz). Le principe d'exclusion de **PAULI** s'appliquant séparément à chacun, il existe donc autant d'électrons dans le même état énergétique qu'il y a d'atomes.

Si nous rapprochons ces N atomes, le principe précité ne s'applique plus à chacun séparément mais à l'ensemble des N atomes car ils dépendent maintenant les uns des autres. A chaque niveau permis va correspondre maintenant N niveaux pouvant contenir chacun 2 électrons. Pour N de l'ordre de 10^{22} cm^{-3} (ce qui correspond sensiblement à la densité d'atomes d'un matériau standard), on peut considérer qu'il existe une bande d'énergie.

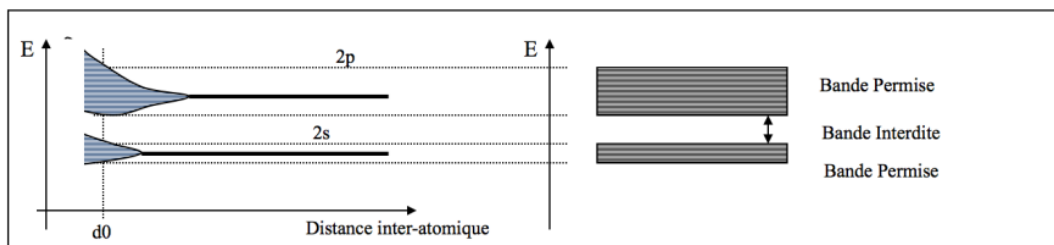


Formations des bandes

Attention

La distance inter-atomique d_0 correspondant à la maille élémentaire du cristal définit la largeur de la bande permise. Ceci se produit pour des distances inter-atomiques faibles (de l'ordre de quelques angströms) correspondant aux principaux matériaux.

La figure suivante illustre schématiquement la multiplication des niveaux à partir de deux niveaux uniques 2s et 2p. L'orbite 2s étant intérieure à l'orbite 2p, les interactions apparaissent plutôt sur la seconde.



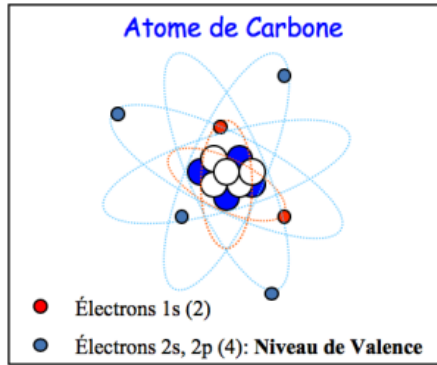
Multiplication des niveaux à partir de deux niveaux uniques

Fondamental

On remarque donc l'apparition de deux bandes permises séparées par une bande interdite.

Exemple

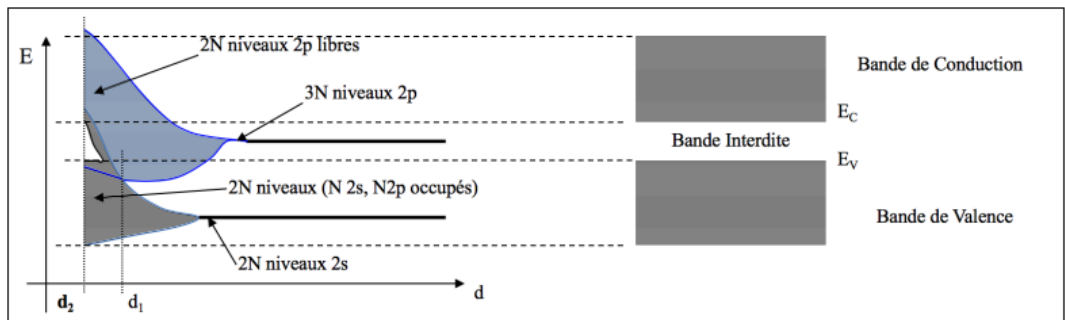
Le Diamant est constitué de Carbone pur cristallisé. Sa formule atomique est: $1s^2 2s^2 2p^2$. Les niveaux 2s et 2p correspondant à la couche externe sont appelés « niveaux de valence ». Ils peuvent accepter au total 8 électrons: 2 sur le niveau 2s, 6 sur le niveau 2p.



L'atome de Carbone n'en possédant que quatre, peut donc en accepter quatre de plus et donc se lier avec quatre atomes voisins afin de former un cristal. La couche externe sera donc une couche pleine.

Lorsqu'on met en présence un grand nombre (N) d'atomes de même type et qu'on les rapproche, pour des distances suffisamment faible on constate l'apparition des bandes d'énergie. Lorsque la distance devient inférieure à d_1 , les bandes se chevauchent. Les N niveaux 2p de la bande supérieure passent dans les niveaux 2s. Si on continue à rapprocher les atomes, les bandes se séparent à nouveau (voir figure ci dessous).

Pour la distance inter-atomique réelle d_2 de ce cristal, les $2N$ niveaux de la bande inférieure (**bande de valence**) sont pleins à 0°K alors que les $2N$ niveaux 2p de la bande supérieure (**bande de conduction**) sont vides. Ces deux bandes sont séparées par une **bande interdite**.



Remarque

On observe la même structure sur le Silicium et le Germanium et pourtant le diamant est un isolant alors que le Silicium et le Germanium sont des semiconducteurs. Ils ont exactement la même structure de bandes : la seule différence réside dans la largeur de leur Gap qui est plus faible pour les semiconducteurs que pour les isolants.

> Lois statistiques

Les répartitions de porteurs obéissent à des lois qui peuvent dépendre du type de particules. Trois types de lois peuvent être utilisées :

La **statistique de BOLTZMANN** qui s'applique aux gaz parfait :

$$\bar{n} = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{E - \mu}{kT}\right)$$

La **statistique de FERMI-DIRAC** pour les particules de spin demi-entier :

$$\bar{n} = n_0 \cdot \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right)}$$

La **statistique de BOSE-EINSTEIN** pour les particules de spin entier (photons, phonons) :

$$\bar{n} = n_0 \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right) - 1}$$

k = constante de Boltzmann = $1,38064852 \cdot 10^{-23} \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

> Stabilité du niveau de Fermi

On sait que $n_i^2 = N^2 \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$

$$\text{avec } N^2 = \frac{4}{h^6} \cdot (2\pi mk)^3 \cdot T^3$$

$$\text{soit } n_i^2 = \frac{4}{h^6} \cdot (2\pi mk)^3 \cdot T^3 \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right) = N^2 \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$$

La dérivation de cette équation donne :

$$\frac{\delta n_i^2}{\delta T} = 3 \cdot \frac{4}{h^6} \cdot (2\pi mk)^3 \cdot T^3 \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right) + \frac{E_G}{kT^2} \cdot \frac{4}{h^6} \cdot (2\pi mk)^3 \cdot T^3 \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$$

On peut, dans cette équation, mettre n_i^2 en facteur :

$$\frac{\delta n_i^2}{\delta T} = \left(\frac{4}{h^6} \cdot (2\pi mk)^3 \cdot T^3 \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)\right) \left(\frac{3}{T} + \frac{E_G}{kT^2}\right)$$

Il suffit donc de diviser les deux termes par n_i^2 pour obtenir : $\frac{1}{n_i^2} \cdot \frac{\delta n_i^2}{\delta T} = \frac{3}{T} + \frac{E_G}{kT^2}$

> Les équations des asymptotes à la courbe

Dans la zone d'ionisation, la densité des atomes d'impuretés ionisées s'écrit :

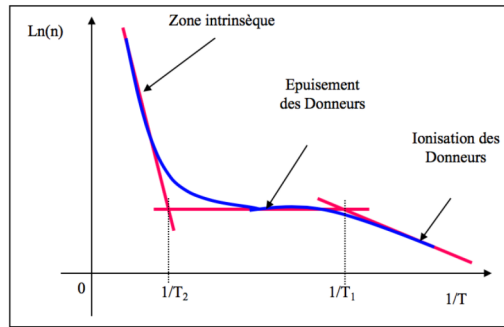
$$\bar{n} = N_D^+ = N_D \cdot \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} \approx N_D \cdot \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{kT}\right)$$

Cette expression fait apparaître le niveau de Fermi dont on ne connaît pas la position.

Il faut donc disposer d'une deuxième équation faisant intervenir celui-ci.

C'est l'équation de définition de la densité des porteurs que nous avons établi au début de ce cours :

$$\bar{n} = N_C \cdot \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$



Cette 2^{ème} expression permet de calculer E_F . Cette expression de E_F peut alors être injectée dans la 1^{ère} équation donnant \bar{n} .

On obtient alors la loi de variation $\bar{n} = f(T)$ dans cette première zone :

$$\ln(\bar{n}) = \frac{1}{2} \ln(N \cdot N_D) - \frac{E_C - E_D}{2kT}$$

On a donc une droite de pente $\frac{E_C - E_D}{2kT}$ et d'ordonnée à l'origine $\frac{1}{2} \ln(N \cdot N_D)$

La zone d'épuisement des donneurs permet d'écrire : $\ln(\bar{n}) = \ln(N_D)$

Pour la zone intrinsèque, le niveau de Fermi se situe au milieu de la bande interdite donc, $E_F = (E_C + E_V) / 2$.

En reportant dans l'équation qui donne n, on obtient :

$$\ln(\bar{n}) = \ln(N) - \frac{E_C - E_D}{2kT} \text{ et d'ordonnée à l'origine } \ln(N).$$

> Calcul des points d'intersections des asymptotes

La détermination des valeurs des températures limites des zones se fait en égalant deux à deux les équations.

$$\text{Pour } T_1 : \ln(N_D) = \frac{1}{2} \ln(N \cdot N_D) - \frac{E_C - E_D}{2kT_1} \text{ soit } T_1 = \frac{E_C - E_D}{k \cdot \ln\left(\frac{N}{N_D}\right)}$$

Pour T₂ : $\ln(N_D) = \ln(N) - \frac{E_C - E_V}{2kT_2}$ soit $T_2 = \frac{E_C - E_V}{2k \cdot \ln \frac{N}{N_D}}$

 *Attention*

Application numérique :

$N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

$E_C - E_D = 0,04 \text{ eV}$

Silicium : $E_G = 1,12 \text{ eV}$, $N = 2,7 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

On obtient :

$T_1 = 50 \text{ K}$ $T_2 = 800 \text{ K}$