

# PROPAGATION DES ONDES DE SURFACE

**HY2A205, Cours : 20h, TD : 0h, TP: 0h, Contrôle : écrit, ECTS: 2**

**Objectifs :** Assimiler les notions de base permettant de comprendre la propagation et la dispersion des ondes en s'appuyant sur les exemples des écoulements à surface libre.

**Programme :** Le cours est structuré en quatre « Articles Pédagogiques Multimedia » indépendants. Un premier article détaille la dérivation des équations de Saint Venant qui modélise la dynamique d'une couche fluide de faible profondeur sur un fond plat ou incliné. Un deuxième article détaille en profondeur la résolution des équations d'advection 1D linéaires ou non linéaires qui sont à la base de la méthode des caractéristiques. Le troisième article étudie les ondes de surface linéaires dans le cas non dispersif (faible profondeur) ou non dispersif (profondeur quelconque). Le dernier article traite de la résolution des équations de Saint Venant non linéaires par la méthode des caractéristiques et de la description des ressauts hydrauliques par l'introduction des relations de saut. Plusieurs exemples d'applications des notions introduites sont abordés sous forme d'exercices.

**Bibliographie :** J. Lighthill, Waves in fluids, Cambridge University Press, 1990. G.B. Whitham, Linear and non linear waves, Wiley - New York, 1974. J.J. Stoker, Water waves - Interscience, Paris, 1957., <http://www.enseeiht.fr/hmf/enseignants/thual/otond/>

# Quatre « Articles Pédagogiques Multimedia » (APM)

<http://www.enseeiht.fr/hmf/enseignants/thual/>

APM 1

Dérivation des équations  
de Saint-Venant

APM 2

Advection d'un scalaire  
et caractéristiques

APM 3

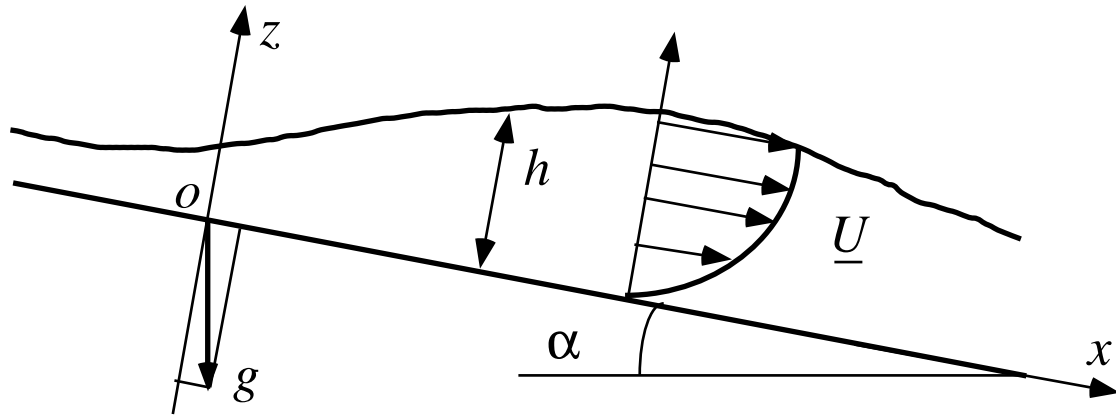
Ondes de surface linéaires 1D,  
dispersives et hyperboliques

APM 4

Caractéristiques et chocs



# Dérivation des équations de Saint-Venant

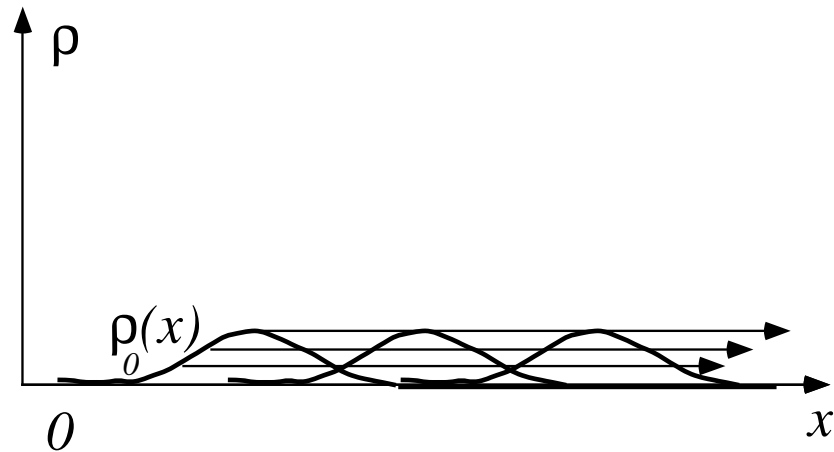
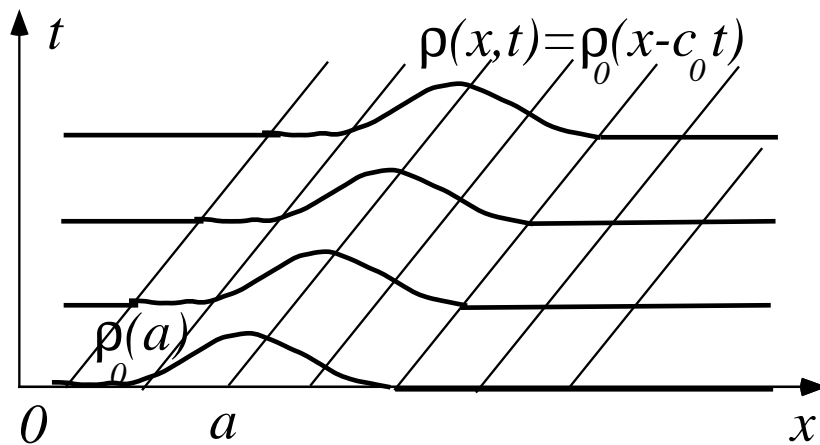


$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hU)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \cos \alpha \frac{\partial h}{\partial x} = g \sin \alpha - \frac{C_f U |U|}{2 h}$$

# Advection d'un scalaire et caractéristiques

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + c(\rho, x, t) \frac{\partial \rho}{\partial x} = f(\rho, x, t)$$



# Ondes de surface linéaires 1D, dispersives ou hyperboliques

$$\underline{\underline{A}} \partial_t U + \underline{\underline{B}} \partial_x U = \underline{\underline{D}} U$$

**Classification 1 : stable / instable, dispersif / non dispersif**

$$\det \left( s \underline{\underline{A}} + i k \underline{\underline{B}} - \underline{\underline{D}} \right) = 0$$

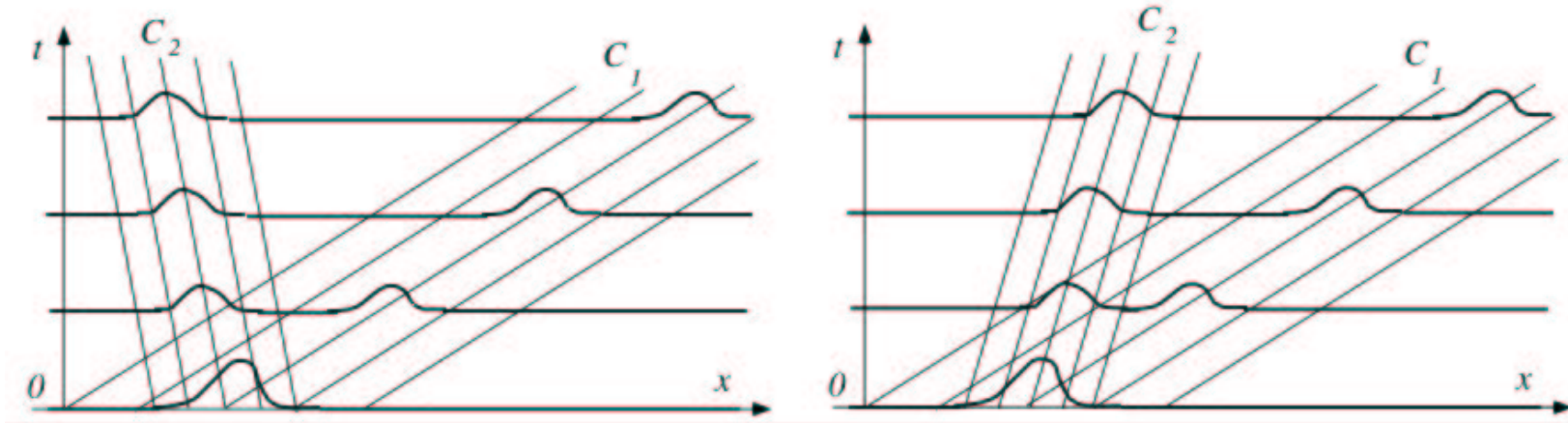
**Classification 2 : hyperbolique / non hyperbolique**

$$\det \left( -\lambda \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}} \right) = 0$$

# Equations de Saint Venant linéarisées

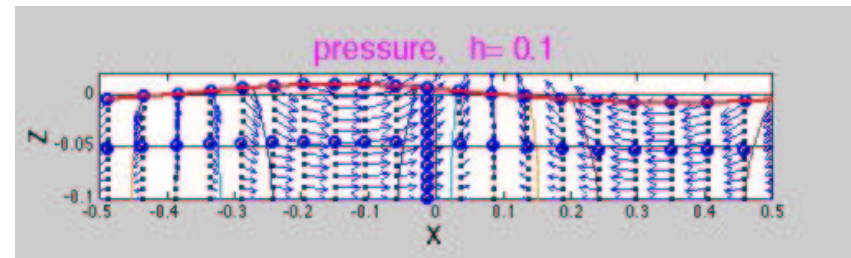
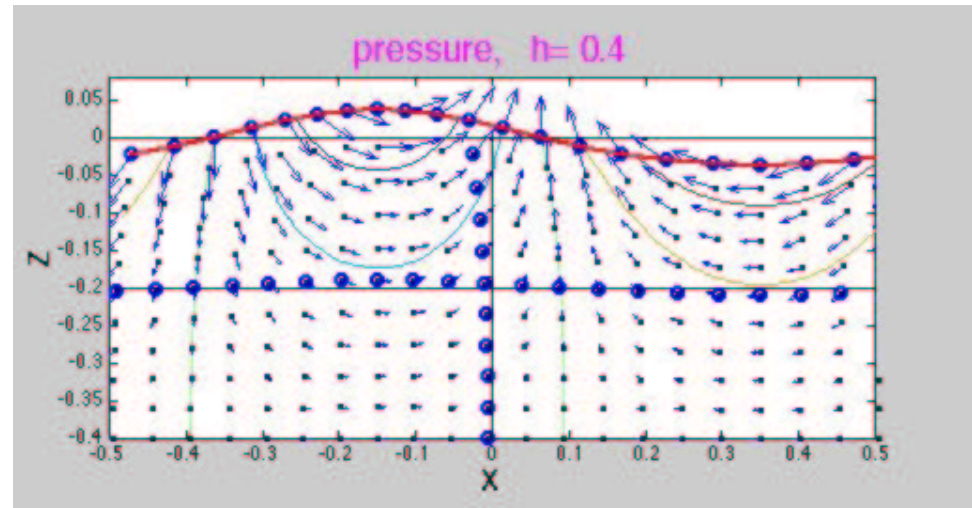
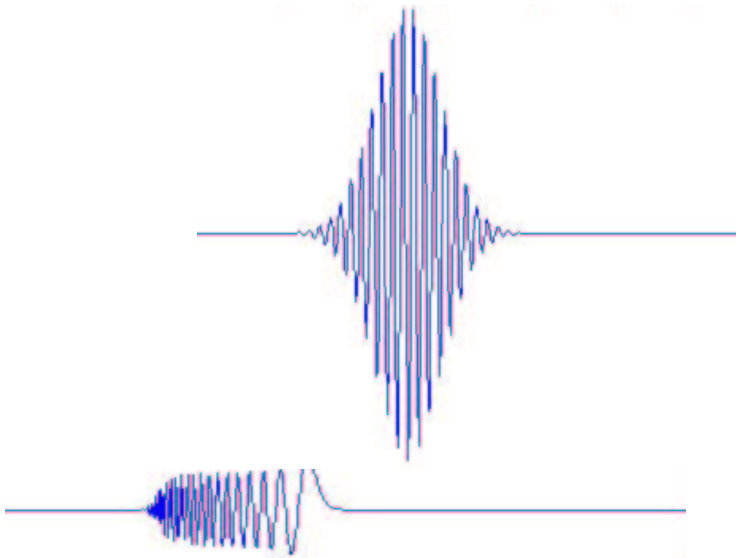
$$\partial_t \tilde{\eta} + U_0 \partial_x \tilde{\eta} + h_0 \partial_x \tilde{U} = 0$$

$$\partial_t \tilde{U} + g \partial_x \tilde{\eta} + U_0 \partial_x \tilde{U} = 0$$



# Relation de dispersion des ondes de surface

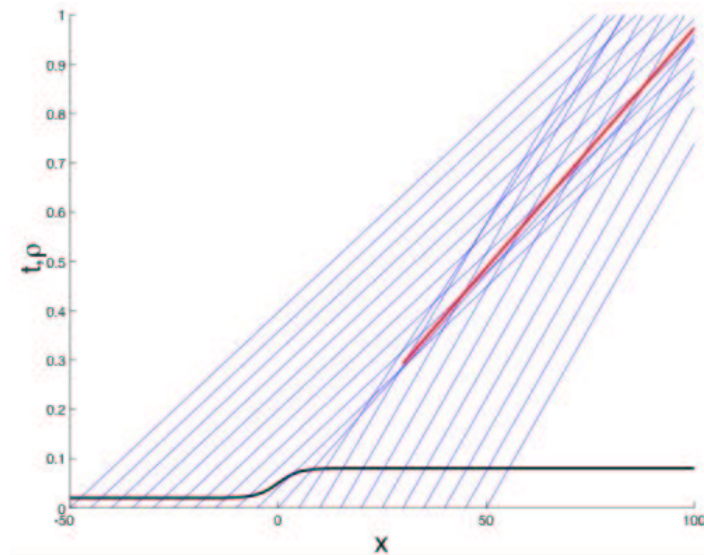
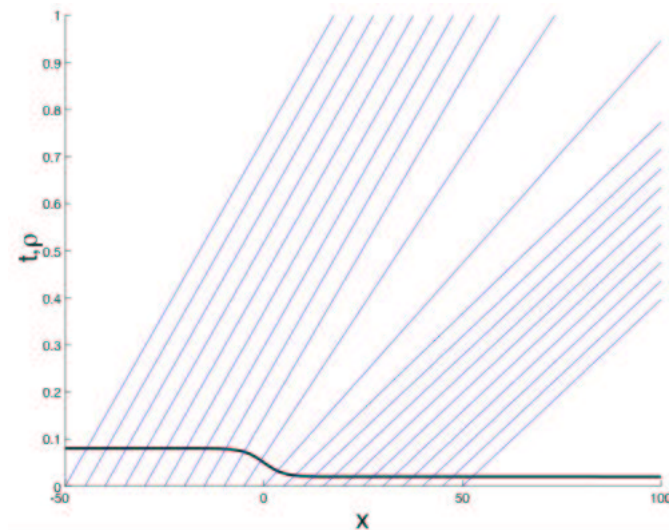
$$\omega = \sqrt{gk \tanh(kh)}$$



# Caractéristiques et chocs

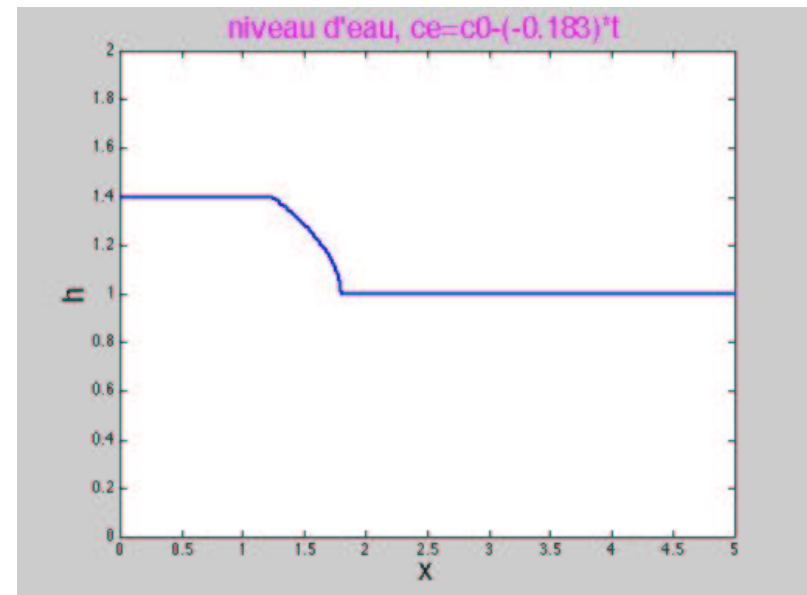
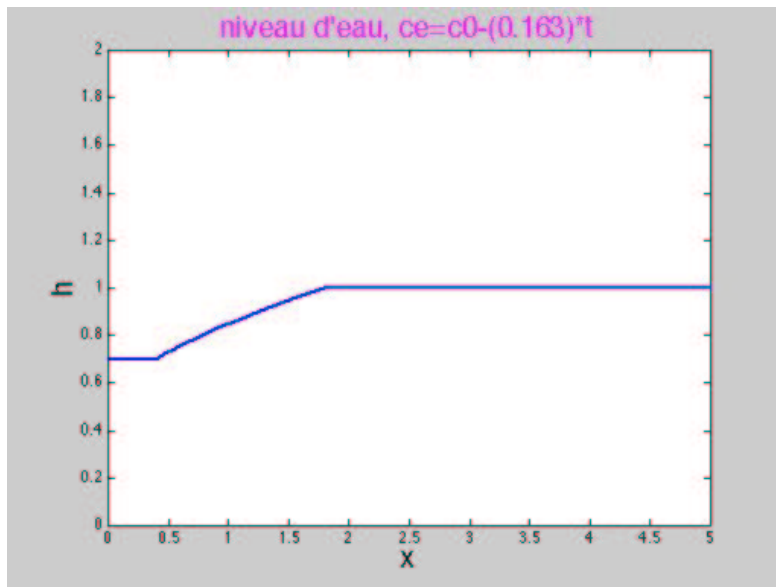
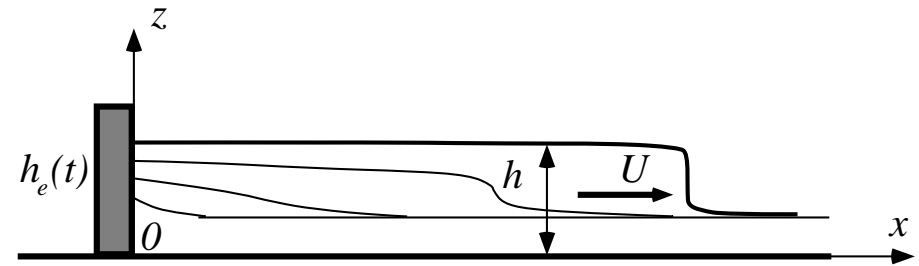
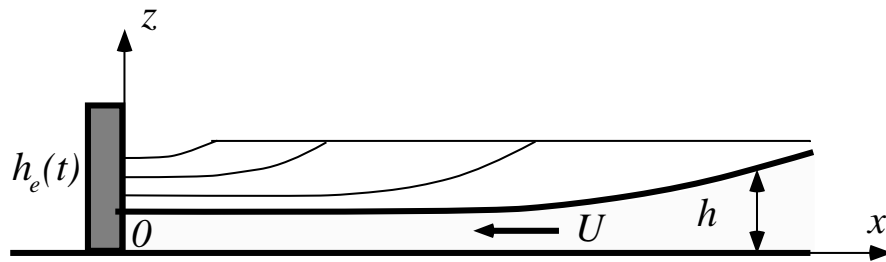
$$\frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho dx + [Q(\rho)]_{x_1}^{x_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \partial_t \rho + \partial_x Q(\rho) = 0 \quad \text{et} \quad -w[[\rho]] = [[Q(\rho)]]$$

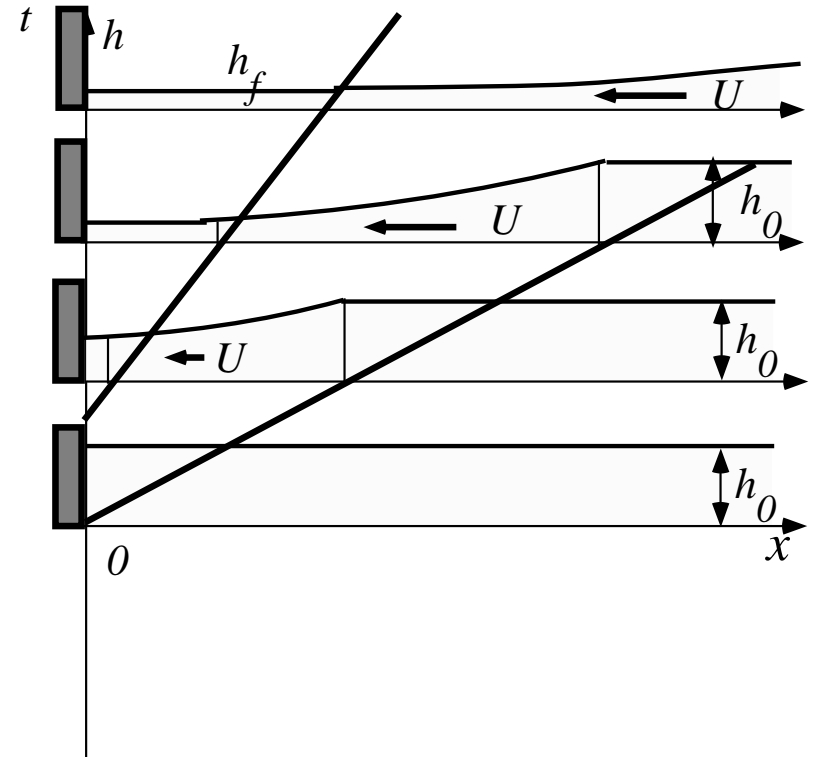
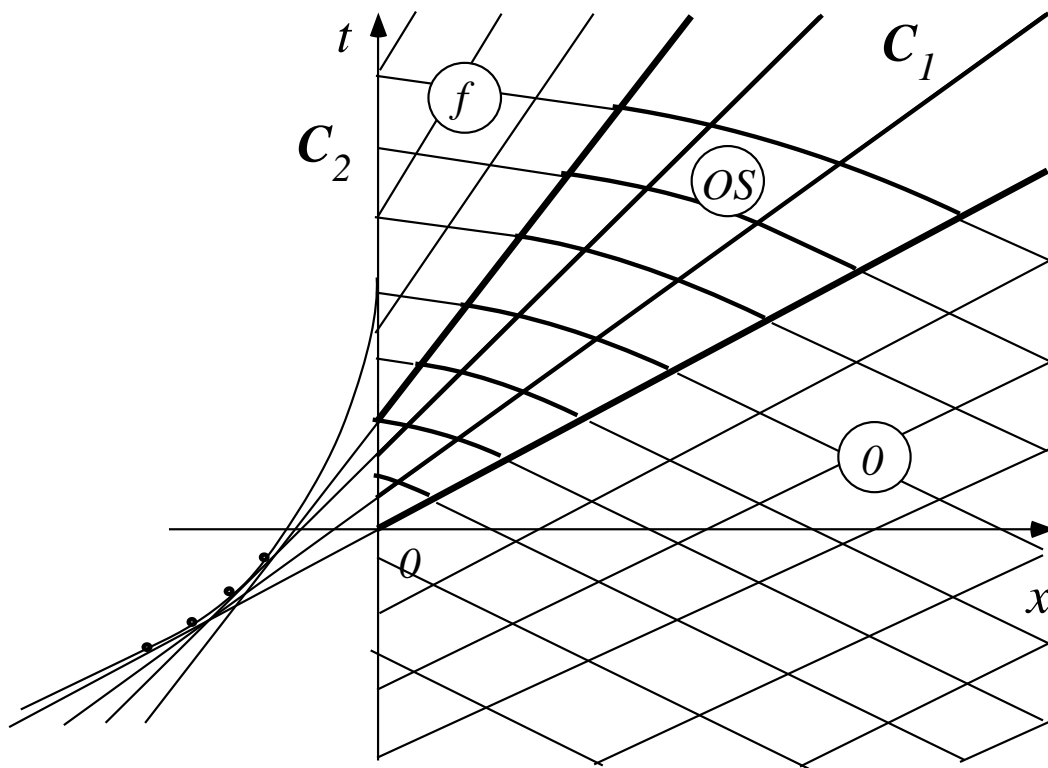




# Equations de Saint Venant non linéaires



# Vidange : onde de détente



# Remplissage : création d'un ressaut

