Échange de Projets et d'Idées au Département « Hydraulique – Mécanique des Fluides » (EPI-DHMF)
INPT/ENSEEIHT, 2 rue Camichel, 31071 Toulouse.
Référence du présent document : O. Thual, *EPI-DHMF* **0728** (2004).

MOYENNE =13±1, ECART TYPE =2±1

O. Thual, version du 28 juillet 2004

1. INTRODUCTION

La délivrance du Diplôme d'Ingénieur de l'ENSEEIHT et le passage dans l'année supérieure sont conditionnées par l'obtention d'une moyenne de 12/20. L'exclusion de l'école commence à être discutée pour des moyennes en dessous de 10/20. Il est donc très important de réfléchir à un outil d'évaluation permettant d'assurer que les étudiants ayant une moyenne inférieure à ces seuils méritent effectivement leur sort et que ceux qui sont au-dessus de ces barres ne sont pas surévalués.

D'autre part, la mise aux normes européennes ECTS (European Credit Transfert System) requiert de pouvoir effectuer une traduction entre le système classique des notes chiffrées sur 20 et l'échelle de réussite (A,B,C,D,E) = (10%, 25%, 30%, 25% ,10%) + (FX, F).

La présente note justifie la recommandation suivante aux enseignants du Département :

moyenne = 13±1, écart type = 2±1

et propose l'algorithme de conversion simplifié des notes chiffrées en grades ECTS :

F < 8 < FX < 9 < E < 10.5 < D < 12 < C < 14 < B < 15.5 < A

Le premier paragraphe expose, de manière simple, les recommandations aux enseignants ainsi qu'une méthode de recalage pour les moyennes trop écartées de la valeur cible m =13. Le second paragraphe propose un algorithme de conversion en grades ECTS. Le troisième paragraphe présente, pour les amateurs de statistiques, une justification de ces règles.

2. RECOMMANDATIONS POUR LA MOYENNE ET L'ECART TYPE

On considère un enseignement dont l'évaluation produit les notes $X(l)$ pour $l = 1,...,L$ où L est le nombre d'étudiants de la promotion. On définit la moyenne m par la relation :

$$m = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} X(l)$$

et l'écart type σ , qui est une sorte de moyenne des écarts à la moyenne, par la relation :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{L-1}\sum_{l=1}^{L}\left[X(l)-m\right]^2} \ .$$

A titre d'exemple, si la moyenne de l'enseignement est de m =13 et que l'écart type est de $\sigma = 2$, environ 70% des notes seront comprises entre 11 et 15, et seulement 2% des étudiants auront moins de 9, en supposant que la distribution des notes suit une loi gaussienne, ce qui tend à être le cas dès que le nombre d'élèves est important.

Les valeurs recommandées pour la moyenne et l'écart type d'un enseignement sont :

moyenne = 13±1, écart type = 2±1

En fonction de la valeur intrinsèque d'une promotion, il est concevable que la moyenne appartienne à l'intervalle $m \in [12,14]$. Si la moyenne m sort de cet intervalle, les notes peuvent être corrigées selon la règle suivante :

$$\text{Si } m > 14 : \qquad X^{'}(l) = \frac{14}{m} X(l) \quad \text{pour} \quad l = 1,...,L$$

$$\text{Si } m < 12 : \qquad X^{'}(l) = \frac{12}{m} X(l) \quad \text{pour} \quad l = 1,...,L$$

Où $X^{'}(l)$ est la note corrigée de l'élève l et $X(l)$ sa note avant correction. Ainsi, la nouvelle moyenne $m^{'}$ sera égale à 14 si $m > 14$ ou à 12 si $m < 12$.

3 . CONVERSION ENTRE NOTES CHIFFREES ET ECHELLE ECTS

La norme européenne de l'ECTS (European Credit Transfert System) recommande la répartition suivante pour son « échelle de réussite » :

(Excellent : 10% de A) (25% de B) (30% de C) (25% de D) (Passable : 10% de E)
(Insuffisant rattrapable : FX) (Insuffisant difficilement rattrapable : F)

Le tableau 1 indique les seuils d'attribution des grades ECTS pour les moyennes m=12,**13**,14 et les écarts types σ=1,**2**,3. Pour ce calcul, la distribution des notes est supposée gaussienne et seuils pour les grades FX et F ont été déterminés avec les pourcentages respectifs de 2.5% et 0.5%.

A défaut d'utiliser ce tableau, on pourra adopter **l'algorithme de conversion simplifié** basé sur les seuils obtenus avec la moyenne m=13 et l'écart type σ=2, arrondis au demi-point le plus proche. On obtient alors l'algorithme de conversion suivant :

F < 8 < FX < 9 < E < 10.5 < D < 12 < C < 14 < B < 15.5 < A

3. JUSTIFICATION DES REGLES D'HARMONISATION DES NOTES

La loi des grands nombres indique que la distribution des notes suit une loi gaussienne dès que le nombre d'élèves est suffisamment grand. La probabilité que la X note s'écarte de la moyenne m est donnée par le fonction « erreur » (erf) à condition de connaître l'écart type σ (voir figure 1).

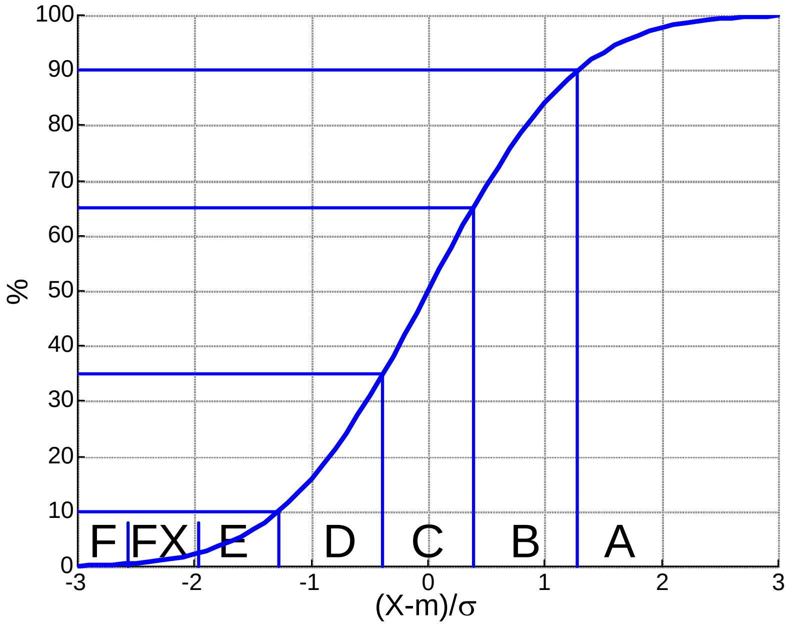

Figure 1 : Fonction de répartition d'une densité gaussienne, c'est-à-dire pourcentage de notes inférieures à une valeur $(X-m)/\sigma$ où X est une valeur de note, m la moyenne et σ l'écart type. L'échelle ECTS (F, FX, E, D, C, B, A) a été calculée avec les pourcentages respectifs de (0.5, 2.5, 10, 35, 65, 90) %.

Pour une année universitaire donnée, on considère N enseignements dont les évaluations conduisent aux moyennes m_i et aux écarts types σ_i pour $i=1,...,N$. On suppose que chaque enseignement est affecté d'un coefficient k_i. La moyenne m_T de tous les enseignements de l'année est donnée par la relation :

$$m_T = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{N} k_i\, m_i \text{ où la somme des coefficients est notée } K = \sum_{i=1}^{N} k_i .$$

Si les notes d'un élève pour les différents enseignements ne sont pas corrélées (résultats tantôt bons tantôt mauvais), l'écart type σ_T de tous les enseignements est donné par la relation

$$\sigma_T = \frac{1}{\sqrt{K}}\sqrt{\sum_{i=1}^{N} k_i^2 \sigma_i^2} \quad .$$

En particulier, si touts les coefficients sont égaux (k_i=1) et si tous les écarts types σ_i sont égaux à une valeur commune σ, l'écart type global est égal à $\sigma_T = \sigma/\sqrt{N}$. Si l'année est composée de N =16 évaluations, on voit que l'écart type global sera 4 fois plus petit que l'écart type d'un enseignement particulier.

Mais, hélas, les notes d'un élève sont en général corrélées. On définit r_{ij}, le coefficient de corrélation entre deux enseignements i et j , par la relation

$$r_{ij} = \frac{1}{\sigma_i \sigma_j}\frac{1}{L-1}\sum_{l=1}^{L}\left[X_i(l)-m_i\right]\left[X_j(l)-m_j\right]$$

où σ_i et σ_j sont respectivement les écarts types des enseignements i et j.

Si on suppose que tous les coefficients k_i sont égaux à 1, que tous les écart types sont égaux à une même valeur σ et que les coefficients de corrélation r_{ij} sont égaux à une valeur commune r, l'écart type global est donné par la relation

$$\sigma_T = \sigma \sqrt{\frac{1}{N} + r \left(1 - \frac{1}{N}\right)} \ .$$

Si $r = 0$, on retrouve la relation $\sigma_T = \sigma / \sqrt{N}$. Si N est grand et r n'est pas petit, on obtient l'approximation $\sigma_T \approx \sigma \sqrt{r}$. Dans ce cas, qui est le plus courant, on voit que pour réduire au moins de moitié l'écart type, il faut que le coefficient de corrélation descende en dessous de la valeur r=1/4. La variance expliquée d'une notation à l'autre doit donc être inférieure au « coefficient d'explication » r^2 = 1/16, c'est-à-dire 6% !

En recommandant une moyenne de m =13 et un écart type de σ =2 pour l'évaluation d'un enseignement, et en supposant que l'écart type annuel est réduit à σ_T =1, on obtient alors la répartition de la figure 2, qui permet d'assure une moyenne de 12 à 85% des étudiants.

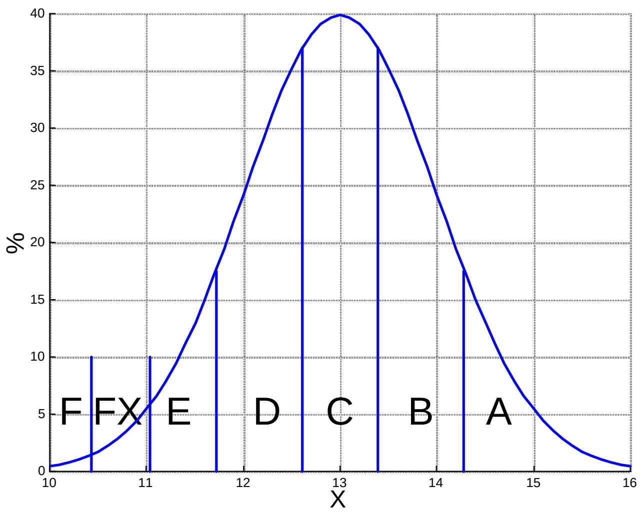

Figure 2 : Distribution gaussienne des notes annuelles des étudiants en supposant que la moyenne m est de 13 et l'écart type σ_T est de 1. Correspondance entre la note chiffrée X et les grades ECTS annuels.

Cette analyse devrait logiquement conduire à recommander une moyenne plus élevée et un écart type plus petit. Néanmoins, l'expérience montre qu'il existe une propension naturelle chez l'enseignant à augmenter les moyennes et diminuer les écarts types recommandés. C'est pratiquement toujours le cas lorsque l'évaluation repose sur un oral ou une soutenance de projet. Par conséquent, les recommandations présentées semblent pertinentes, au moins dans un premier temps. Il sera toujours possible de les revoir en fonction de la rigueur à laquelle elles seront appliquées.

4. REFERENCES

[1] O. THUAL, « Profession de foi dans l'espoir de ne pas être élu au Département en 2005 », *EPI-DHMF* **0221** (2004) 6 pp.

EVALUATION D'UN ENSEIGNEMENT
RECAPITULATIF DES RECOMMANDATIONS

Recommandations pour la notation chiffrée et conversion simplifiée en grades ECTS :

moyenne = 13±1, écart type = 2±1
F < 8 < FX < 9 < E < 10.5 < D < 12 < C < 14 < B < 15.5 < A

Tableau de conversion élaboré en grades ECTS :

m	σ FX	F	E	D	C	B	A
12	1	9.4	10.0	10.7	11.6	12.4	13.3
12	2	6.8	8.1	9.5	11.2	12.8	14.6
12	3	4.3	6.1	8.1	10.8	13.1	15.8
13	1	10.4	11.0	11.7	12.6	13.4	14.2
13	**2**	**7.8**	**9.1**	**10.4**	**12.2**	**13.7**	**15.6**
13	3	5.3	7.1	9.1	11.8	14.1	16.8
14	1	11.4	12.0	12.7	13.6	14.4	15.3
14	2	8.8	10.0	11.4	13.2	14.8	16.6
14	3	6.3	8.1	10.2	12.8	15.1	17.8

Tableau 1 : Seuils d'attribution des grades ECTS en fonction de la moyenne *m* et de l'écart type σ avec les pourcentages respectifs (0.5, 2.5, 10, 35, 65, 90) %.

Courbe de Gauss et conversion ECTS pour *m* =13 et σ = 2 :